Test di accertamento dei prerequisiti

Di seguito sono proposte alcune domande di varie tipologie, per stabilire la capacità personale di affrontare gli argomenti svolti in questo capitolo*. Ogni tipologia ha un punteggio associato, per un totale massimo di 80 punti, se si ottiene un punteggio inferiore a 48 vuol dire che non si è raggiunta la sufficienza.*
Le risposte esatte sono riportate a fine capitolo.

Quesiti a scelta multipla con più risposte esatte

(1 punto per ogni risposta esatta, 1 punto di penalità per ogni risposta errata, 5 punti se si forniscono solo tutte le risposte esatte)

Per ogni quesito tracciare un segno nell'apposito quadratino sulle scelte corrette.

1 Quali dei seguenti numeri sono divisibili per 165?

A 1.122.334.455
B 1.232.315
C 165.165.165
D 165.651.561
E 20.370.370.185

2 Se è falsa l'affermazione *Almeno un cittadino italiano è biondo*, quali fra le seguenti affermazioni sono vere?

A *Tutti gli italiani sono bruni*
B *Alcuni italiani non sono biondi*
C *Nessun italiano è biondo*
D *Non tutti gli italiani sono biondi*
E *Filippo non è biondo*

3 Quali fra i seguenti enti geometrici rappresentano certamente figure convesse?

A Gli angoli
B I triangoli
C I quadrilateri
D I rettangoli
E Le poligonali

Quesiti a scelta multipla con una sola risposta esatta

(5 punti per ogni risposta esatta)

Per ogni quesito tracciare un segno nell'apposito quadratino sull'unica scelta corretta.

4 Al numeratore e al denominatore di 7/3 aggiungiamo uno stesso numero e otteniamo 7/8. Qual è il numero?

A –35

B 35

C 5

D Non esistono numeri reali che verificano la richiesta

E Nessuno dei precedenti?

---

5 Siano dati gli insiemi $X = \{1, 3, 5, 7\}$ e $Y = \{1, 2, 3\}$, quale delle seguenti uguaglianze è vera?

A $X \cup Y = \{1, 1, 2, 3, 5, 7\}$

B $X \setminus Y = \{1, 5, 7\}$

C $X \, \Delta \, Y = \{1, 2, 5, 7\}$

D $X \cap Y = \{1, 3\}$

E Nessuna delle precedenti

---

6 Qual è il risultato della divisione 5 : 0?

A 5

B 0

C 1

D La divisione è priva di significato

E Nessuno dei precedenti

Quesiti a risposta numerica

(Punti 10 per ogni risposta esatta)

Rispondere con un numero alle seguenti domande.

7 Scrivere in forma decimale il reciproco del numero 5 ....

---

8 Ho comprato dei pantaloni durante i saldi di fine stagione, con uno sconto del 20% sul prezzo iniziale, ma mi è stato concesso un ulteriore sconto del 10% sul prezzo già scontato. Qual è l'effettivo sconto rispetto al prezzo originale? ....

---

9 Ieri ho comprato azioni a 100 €. Oggi hanno perso il 20%. Se domani guadagneranno il 20%, quale sarà il loro valore in euro? ....

---

10 Quanti dei multipli di 3 minori di 100 sono anche multipli di 5? ....

---

11 Quanto vale $\text{mcm}\left(2^{20}, 2^{18}, 2^{22}, 3^{0}\right)$? ....

Questo capitolo, vista la vastità delle informazioni in esso contenute, sarà quasi esclusivamente un'elencazione di nozioni e risultati, con alcuni esempi, ma senza dimostrazioni.

2.1. Enti fondamentali della geometria del piano

2.1.1. Rette e loro porzioni

Dato che non è possibile definire ogni oggetto, in ogni teoria matematica dobbiamo considerare alcuni elementi in modo intuitivo, associando loro solo un nome. Questi oggetti saranno chiamati *enti primitivi*.
Per la geometria del piano sono enti primitivi il *punto*, la *retta* e il *piano*.
Allo stesso modo, poiché non è possibile dimostrare ogni cosa, consideriamo delle proposizioni base che non dimostriamo e che chiamiamo *postulati* o *assiomi*.
Consideriamo i seguenti per cominciare.

POSTULATO 1 • *Su ogni retta del piano possiamo stabilire un ordinamento.*

POSTULATO 2 • *Ogni retta è formata solo da punti e fra due punti qualsiasi di essa ci sono sempre altri punti.*

POSTULATO 3 • *Qualsiasi punto scegliamo sul piano per esso passano infinite rette.*

POSTULATO 4 • *Comunque scegliamo due punti distinti nel piano, vi è un'unica retta che li contiene entrambi.*

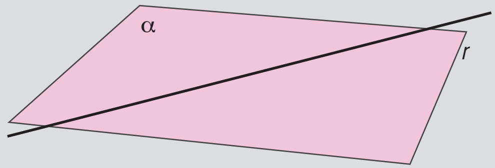
Quindi la retta è un insieme ordinato e continuo. Essa verifica la seguente proprietà, che fa sì che di rette ne esistano infinite.

TEOREMA 1 • *Esistono almeno tre punti del piano non appartenenti alla stessa retta.*

Una retta divide il piano in due parti.

ESEMPIO

Nella figura seguente la retta r divide il piano α in due parti:



Copyright © Esselibri S.p.A.

Ciascuno degli insiemi disgiunti determinati da una retta nel piano si chiama **semipiano**.

Due o più punti appartenenti a una stessa retta si dicono **allineati** o **collineari**.

Diciamo che una figura è stata sottoposta a un **movimento rigido** se alla fine del movimento la figura non ha variato alcuna delle proprie proprietà geometriche.

Diciamo che due figure geometriche sono fra loro **isometriche**, se esiste un movimento rigido che le fa sovrapporre.

Su una retta possiamo scegliere un punto determinando un nuovo oggetto.

Fissato un punto *P* su una retta ordinata, l'insieme formato da *P* e da tutti i punti che lo precedono o lo seguono si chiama **semiretta**. Il punto *P* si chiama **origine** della semiretta.

ESEMPIO

In figura la semiretta di origine *P*:

Vale la seguente proprietà.

POSTULATO 5 • *Tutte le semirette sono isometriche.*

Su una retta possiamo fissare anche più di un punto, ottenendo altri oggetti.

Fissati due punti distinti *A* e *B* su una retta ordinata *r*, con *A* che precede *B*, diciamo **segmento** determinato da *A* e *B*, l'insieme formato da *A*, *B* e da tutti i punti di *r* che seguono *A* e precedono *B*. I punti che determinano il segmento si chiamano **estremi** del segmento.

ESEMPIO

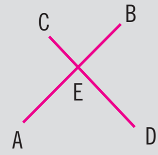
In figura il segmento di estremi *A* e *B*:

Due segmenti che hanno:
- 0 punti comuni si dicono fra loro **esterni**;
- 1 punto comune si dicono fra loro **incidenti**;
- più di un punto in comune si dicono sovrapposti, se hanno poi tutti i punti comuni si dicono **coincidenti**.

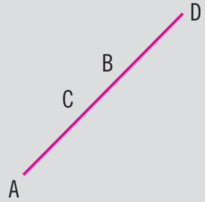
ESEMPIO

I segmenti in figura sono esterni

I segmenti in figura sono incidenti



I segmenti *AB* e *CD* in figura sono sovrapposti, in cui il segmento *BC* è loro parte comune.



Se poi *A* coincidesse con *C* e *B* con *D* i segmenti sarebbero coincidenti.

Fra i segmenti incidenti possiamo distinguere una particolare classe.

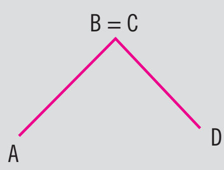
Diciamo **consecutivi** due segmenti non sovrapposti che hanno un estremo in comune.

Anche all'interno dei segmenti consecutivi possiamo distinguere un altro caso particolare.

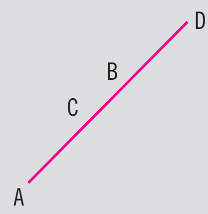
Diciamo **adiacenti** due segmenti consecutivi appartenenti a una stessa retta.

ESEMPIO

I segmenti in figura sono consecutivi



I segmenti in figura sono adiacenti



Possiamo considerare più di una retta. In questo caso abbiamo qualche semplice risultato.

TEOREMA 2 • *Due rette distinte o non hanno punti in comune o hanno un solo punto in comune.*

Possiamo quindi porre le seguenti definizioni.

Due rette si dicono: • **parallele** se non hanno punti in comune; • **incidenti** se hanno un solo punto in comune; • **coincidenti** se hanno più di un punto in comune.	Per indicare che due rette r e s sono fra di loro parallele scriveremo $r // s$.

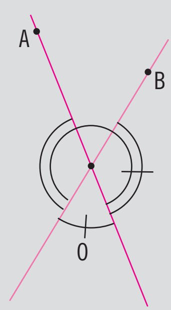
2.1.2. Gli angoli

Due rette che si incontrano dividono il piano in quattro parti.

Ognuna delle quattro parti in cui un piano è diviso da due rette r e s incidenti in C si chiama **angolo** di lati le semirette r e s di origine comune C.	Per indicare un angolo di vertice C, si scelgono un punto A e un punto B su ciascuno dei due lati, quindi scriviamo $A\hat{C}B$ oppure $B\hat{C}A$, a seconda che nel verso antiorario di lettura incontreremo prima A e poi B o viceversa.

ESEMPIO

In figura abbiamo tracciato i 4 angoli determinati dalle due rette, in particolare l'angolo indicato con $A\hat{O}B$ è quello più in alto.



Fra i quattro angoli consideriamo due particolari coppie.

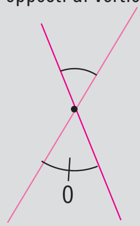
Due angoli aventi il vertice in comune e i lati disposti in modo tale che i prolungamenti dei lati dell'uno risultino lati dell'altro si dicono **opposti al vertice**.

Per questi angoli vale il seguente teorema.

TEOREMA 3 • *Angoli opposti al vertice sono isometrici.*

ESEMPIO

Gli angoli segnati sono opposti al vertice e quindi isometrici.

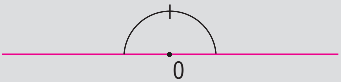


Alcuni angoli risultano più importanti di altri e quindi meritano una particolare terminologia.

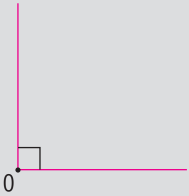
Diciamo
- **angolo giro** l'intero piano;
- **angolo piatto** un semipiano;
- **angolo retto** la metà di un angolo piatto;
- **angolo acuto** un angolo minore di un angolo retto;
- **angolo ottuso** un angolo maggiore di un angolo retto.

ESEMPIO

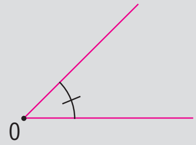
Ecco un angolo piatto:



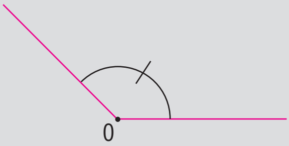
un angolo retto:



un angolo acuto:



un angolo ottuso:



Vale la seguente proprietà.

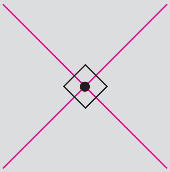
TEOREMA 4 • *Se due rette incidenti formano un angolo retto, tutti e quattro gli angoli formati sono retti.*

In conseguenza di ciò poniamo le seguenti definizioni.

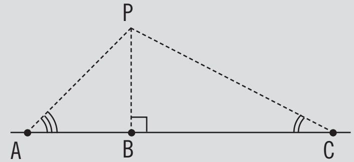
Due **rette** si dicono fra loro **perpendicolari** o anche **ortogonali** se incontrandosi formano quattro angoli retti. Diciamo **distanza di un punto da una retta** il segmento condotto perpendicolarmente dal punto alla retta. La retta **perpendicolare** a un dato segmento e passante per il suo punto medio si chiama **asse del segmento**.	Per indicare che due rette sono fra di loro perpendicolari usiamo il simbolo $\perp$.

ESEMPI

1. Due rette perpendicolari:



2. La distanza di un punto da una retta è il segmento minore che possa condursi dal punto alla retta.



La regola seguente caratterizza l'asse di un segmento come luogo geometrico.

Regola • *I punti dell'asse di un segmento sono equidistanti dagli estremi dello stesso segmento.*

Definiamo un altro importante luogo geometrico.

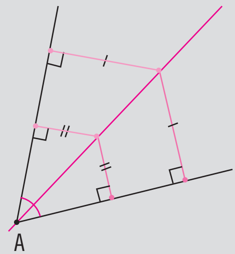
La semiretta che divide un angolo in due parti di uguale misura si chiama **bisettrice dell'angolo**.

La regola seguente caratterizza la bisettrice di un angolo.

Regola • *I punti della bisettrice di un angolo sono equidistanti dai lati dello stesso angolo.*

ESEMPIO

In figura abbiamo un angolo e la sua bisettrice:



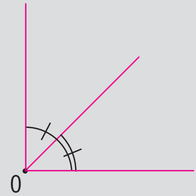
I segmenti tracciati sono le distanze di punti della bisettrice dai lati dell'angolo, e quelli ugualmente segnati sono fra loro isometrici.

Vediamo alcune particolari coppie di angoli.

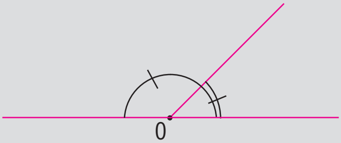
Due **angoli** dati sono tra loro:
- **complementari** se la loro somma è un angolo retto;
- **supplementari** se la loro somma è un angolo piatto;
- **esplementari** se la loro somma è un angolo giro.

ESEMPIO

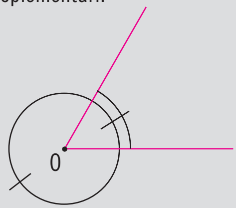
Gli angoli in figura sono complementari:



Gli angoli in figura sono supplementari:



Gli angoli in figura sono esplementari:



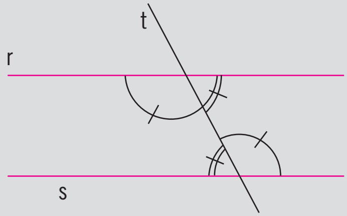
Consideriamo adesso tre rette che si incontrano.

Date due **rette**, una terza retta che le incontra entrambe in punti diversi si chiama retta **trasversale** rispetto alle precedenti.

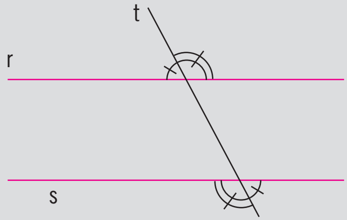
Date due rette *r* e *s*, tagliate da una trasversale *t*, chiamiamo:
- **angoli alterni interni** quelli che sono contenuti fra *r* e *s* e si trovano da parti opposte rispetto a *t*;
- **angoli alterni esterni** quelli che sono contenuti al di fuori della striscia limitata da *r* e *s* e si trovano da parti opposte rispetto a *t*;
- **angoli coniugati interni** quelli che sono contenuti fra *r* e *s* e si trovano dalla stessa parte rispetto a *t*;
- **angoli coniugati esterni** quelli che sono al di fuori di *r* e *s* e si trovano dalla stessa parte rispetto a *t*;
- **angoli corrispondenti** quelli che sono uno interno e uno esterno rispetto alla striscia limitata da *r* e *s* e si trovano dalla stessa parte rispetto a *t*.

ESEMPIO

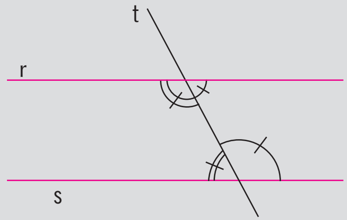
Gli angoli ugualmente segnati sono fra loro alterni interni:



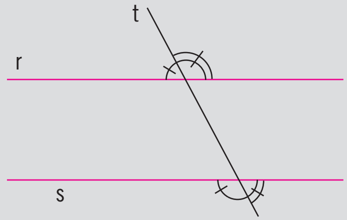
Gli angoli ugualmente segnati sono fra loro alterni esterni:



Gli angoli ugualmente segnati sono fra loro coniugati interni:



Gli angoli ugualmente segnati sono fra loro coniugati esterni:



Gli angoli ugualmente segnati sono fra loro corrispondenti: