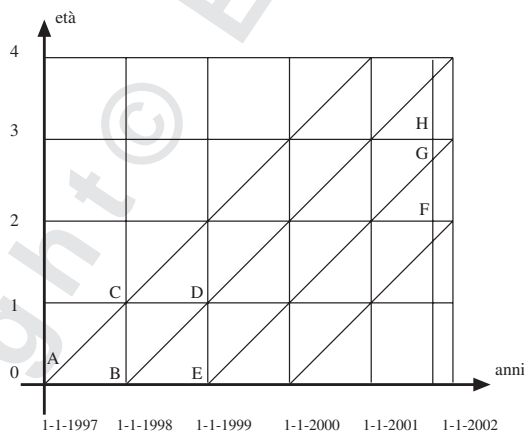


LA NUOVA  UNIVERSITÀ
I volumi di base

Compendio di
Demografia



EDIZIONI
SIMONE[®]
Gruppo Editoriale Esselibri - Simone

TUTTI I DIRITTI RISERVATI
Vietata la riproduzione anche parziale

Di particolare interesse per i lettori di questo volume segnaliamo:

- LX43** • Lexikon di Statistica
- 43/1** • Compendio di Statistica
- 43/2** • Esercizi svolti per la prova di Statistica
- 43/3** • Prepararsi per l'esame di Statistica
- 43/4** • Compendio di matematica finanziaria e attuariale
- 43/6** • Compendio di statistica economica
- 44/A** • Manuale di Economia politica
- 44/3** • Esercizi svolti per la prova scritta di Microeconomia
- 44/4** • Compendio di Microeconomia
- 44/5** • Compendio di Macroeconomia
- 44/6** • Matematica per economisti
- 582** • Nuovo Dizionario di Economia

Risorse ed approfondimenti gratuiti di Statistica sono disponibili al seguente indirizzo Internet:
www.simone.it/economia

Autore: Carla Iodice
Impaginazione a cura di Patrizia Iermano

Finito di stampare nel mese di settembre 2003
dalla «Officina Grafica Iride» - Via Prov.le Arzano-Casandrino - VII traversa, 24 - Arzano (NA)
per conto della Esselibri S.p.A. - Via F. Russo 33/D - 80123 - Napoli

Grafica di copertina a cura di Giuseppe Ragno

PREMESSA

Questo volume si propone di presentare i principali strumenti dell'analisi demografica, indispensabili per coloro che devono utilizzare le statistiche al fine dello studio delle caratteristiche evolutive delle popolazioni.

Peculiarità di questo testo è la considerazione degli aspetti fondamentali che concorrono a definire e contrassegnare l'evoluzione strutturale delle popolazioni umane.

I primi capitoli sono destinati allo studio della popolazione considerata come un unico aggregato. Tale analisi riguarda la consistenza numerica e la morfologia della popolazione (struttura per età, sesso e stato civile).

I capitoli dal quinto in poi analizzano, con l'ausilio degli strumenti studiati, i fenomeni che contraddistinguono una popolazione.

Il capitolo nono è dedicato alla specificazione di modelli di popolazione e alla quantificazione delle relazioni esistenti tra gli indicatori caratteristici di tali popolazioni.

L'ultimo capitolo, infine, si propone di spiegare le previsioni demografiche, sottolineando le problematiche attuali relative alle cause dell'esplosione della popolazione mondiale e, in antitesi, al pericolo di implosione demografica che caratterizza alcune popolazioni.

Per ciascun argomento, grazie all'ausilio dei dati presi a prestito dall'ISTAT e da altri istituti specializzati nelle rilevazioni statistiche, si è cercato, nel corso di tutto il volume, di fornire una visione realistica dei fenomeni demografici del nostro paese, in particolare, ma anche dei restanti paesi dell'Unione europea, attraverso rappresentazioni grafiche e tabelle e, sulla base degli stessi, si sono costruiti indici dei fenomeni analizzati.

Il volume è corredato, inoltre, di un'appendice contenente esempi su fogli di lavoro in Excel che, con le sue numerose funzioni predefinite, rappresenta uno strumento utile per la risoluzione di diverse tipologie di esercizi.

Copyright © Esselibri S.p.A.

STUDI SULLA POPOLAZIONE. FONTI DELLE STATISTICHE DEMOGRAFICHE

SOMMARIO: 1. Introduzione. - 2. Fasi dell'analisi demografica. - 3. Fonti delle statistiche demografiche.

1. INTRODUZIONE

La **demografia** è la disciplina che studia i processi che determinano il formarsi, conservarsi ed estinguersi delle popolazioni - cosiddetta **evoluzione delle popolazioni** - tramite l'utilizzo di metodi e modelli forniti dalla statistica da cui si ricavano le leggi delle dinamiche della popolazione, ossia dei movimenti naturali e sociali e delle modificazioni strutturali che essi comportano sullo stato della popolazione.

Per trattare, quindi, i metodi utilizzati in demografia è necessario definire e circoscrivere il dominio in cui la disciplina si muove: la **popolazione**. Quest'ultima è definita come *un insieme di individui aventi una pluralità di caratteristiche in comune e soggetti a un processo di rinnovamento permanente a causa delle entrate, per nascita e immigrazione, e delle uscite, per decessi ed emigrazioni*.

Si distingue, dunque, tra **movimento naturale** cui è soggetta la popolazione a causa di nascite e morti, e **movimento sociale** cui essa è soggetta a causa di emigrazioni ed immigrazioni.

Lo studio dello **stato di una popolazione** è la descrizione delle caratteristiche dello stock in un dato istante, in funzione dei criteri forniti dall'oggetto di studio: struttura per età, sesso, razza, livello d'istruzione etc.

Lo studio del **movimento della popolazione** è l'analisi del suo processo di rinnovamento nel tempo attraverso dei flussi.

Evoluzione storica della demografia

Il termine **demografia** deriva dal greco *demos*, cioè popolo, e *graphia*, cioè scrittura, descrizione. Le origini della disciplina sono antiche.

Già nel Medioevo la *conta delle anime* rientrava tra i compiti del clero. In Inghilterra, le prime teorie della popolazione basate su metodologie statistiche si svilupparono, tuttavia, solo nel Seicento.

Il termine comparve nel vocabolario nel 1855 in Francia ad opera di Achille Guillard (1790 — 1876) negli *Elementi di statistica umana o demografia comparata*. Egli definiva la demografia *la storia naturale e sociale della specie umana*.

Nel 1927 si tenne a Ginevra il primo congresso mondiale sulla popolazione. Dalla seconda metà del secolo scorso, le tecniche basate sullo spoglio dei registri parrocchiali condussero alla creazione di una disciplina autonoma: la demografia storica.

2. FASI DELL'ANALISI DEMOGRAFICA

L'analisi demografica si articola nelle fasi seguenti:

- la **rilevazione dei dati**, con la necessaria valutazione delle fonti delle statistiche demografiche concernente la loro completezza ed attendibilità. Tale fase può essere realizzata da organismi pubblici - si considerino i censimenti - o da organizzazioni private specializzate;
- l'**analisi statistica** dei dati raccolti, che prevede il passaggio da tavole statistiche grezze a dati elaborati per essere utilizzati nella successiva fase dell'analisi demografica;
- la **ricerca di modelli statistici** indispensabili per trarre da serie di dati incomplete informazioni riguardo alle cause che potenzialmente hanno prodotto i fenomeni studiati e delle conseguenze possibili in modo da effettuare opportune previsioni.

Generalmente, l'analisi demografica è condotta da personale che non partecipa alla fase di raccolta dei dati, essendo quest'ultima di competenza di organizzazioni e personale a tal fine specializzato.

3. FONTI DELLE STATISTICHE DEMOGRAFICHE

Come tutte le altre scienze sociali, la demografia poggia le proprie fondamenta su informazioni di base sulle società umane.

Notoriamente, gran parte dei paesi europei dispongono di dati che risalgono, talvolta, ad una pluralità di secoli fa. Tuttavia, alcuni paesi hanno realizzato solo casualmente dei censimenti la cui attendibilità si rivela senz'altro discutibile.

Solo l'esperienza del sistema statistico, la regolarità delle operazioni di raccolta e il carattere obiettivo delle informazioni raccolte conferiscono precisione nelle risposte e sicurezza dei risultati ottenuti.

Nell'analisi demografica si distinguono quattro tipologie di fonti delle statistiche demografiche:

- il censimento generale della popolazione;
- le indagini campionarie;
- il registro della popolazione (anagrafe);
- le statistiche dello stato civile.

I censimenti e le indagini danno un'immagine della popolazione ad un dato momento e costituiscono le **statistiche di stato** della popolazione. Lo stato civile e il registro della popolazione informano sui cambiamenti che concernono la popolazione e costituiscono le **statistiche di movimento** della popolazione.

A) Censimento generale della popolazione

Il **censimento** è una rilevazione diretta e individuale svolta per enumerare le unità di una popolazione e per accertarne le principali caratteristiche: ripartizione per sesso, età, stato civile etc. Esso consente, dunque, di conoscere il **numero delle unità**, le **caratteristiche strutturali** e la **distribuzione territoriale** di una popolazione, e serve per studi focalizzati sull'evoluzione

di fenomeni che producono i loro effetti nel lungo termine, quali i mutamenti della composizione della popolazione.

Il censimento demografico ha quattro requisiti essenziali:

- è **individuale** in quanto ciascun individuo facente parte della popolazione alla data del censimento è interessato alla rilevazione;
- è **generale** nel senso che nessun individuo è escluso dalla rilevazione;
- è **periodico** nel senso che la rilevazione è ripetuta ad intervalli di tempo uguali, salvo sospensioni dovute a condizioni particolari;
- è **simultaneo** in quanto la rilevazione è effettuata contemporaneamente in tutto il territorio nazionale.

Tale rilevazione comporta l'esecuzione di operazioni complesse, al punto che si è cominciato a discutere sulla convenienza o meno di perpetuare la pratica dei censimenti, soprattutto quello demografico. Il censimento comporta, infatti, alti costi, una peggiore qualità dei dati contro le tecniche di campionamento sempre più sofisticate.

a) *Origini del censimento*

Il termine *censimento* compare nella lingua italiana nel 1749, esso deriva dal verbo latino *censere* che significava accertare, dichiarare.

I Romani predisposero il primo censimento totale della popolazione.

Nel XVI secolo in città come Venezia, Napoli e Firenze si effettuavano periodiche rilevazioni demografiche.

Il primo censimento dello Stato fu effettuato in Svezia tra il 1748 e il 1751.

In Italia, il primo censimento della popolazione risale all'unità d'Italia (1861). Da quell'anno furono effettuate 14 rilevazioni; l'ultima risale al 2001. I primi censimenti erano effettuati dalla Divisione di statistica generale presso il Ministero dell'agricoltura, industria e commercio. Gli ultimi censimenti sono stati effettuati dall'ISTAT (Istituto nazionale di statistica).

I censimenti hanno cadenza decennale, ad eccezione del 1891 (per motivi legati a difficoltà finanziarie), del 1936 (il quale è stato effettuato per una riforma legislativa del 1930 che stabiliva per i censimenti una periodicità quinquennale) e del 1941 (per motivi bellici).

Dal 1951, al censimento della popolazione è congiunto quello delle abitazioni.

L'ultimo censimento della popolazione in Italia è riferito alla mezzanotte tra il 20 e il 21 ottobre 2001; i dati sono stati divulgati dall'ISTAT sotto forma di pubblicazioni, ma sono disponibili altresì sul suo sito internet.

b) *Obiettivi del censimento*

Il regolamento di esecuzione del 14° censimento della popolazione, del censimento generale delle abitazioni è stato emanato con D.P.R. 22 maggio 2001, n. 276.

Ai sensi dell'art. 2 del suddetto regolamento, il censimento generale della popolazione:

- fornisce informazioni sulle principali **caratteristiche strutturali** della popolazione;
- determina la **popolazione legale** che è quella cui la legge riconosce valore giuridico ai fini dell'applicazione di disposizioni normative il cui esempio classico è quella concernente il numero di rappresentanti in Parlamento;

— fornisce dati e informazioni per l'**aggiornamento** e la **revisione delle anagrafi comunali** della popolazione residente.

c) Campo di osservazione del censimento

Ai sensi dell'art. 3 del D.P.R. 22 maggio 2001, n. 276, il censimento rileva in ciascun comune:

- la **popolazione residente**, ossia la popolazione avente la propria dimora abituale in un dato comune. Appartengono a tale aggregato anche le persone temporaneamente dimoranti in altri comuni o all'estero per l'esercizio di occupazioni stagionali o per causa di durata limitata. La popolazione residente censita è considerata popolazione legale;
- la **popolazione presente** che è costituita, per ciascun comune, dalle persone presenti nel comune alla data del censimento ed aventi in esso dimora abituale nonché dalle persone presenti nel comune alla data del censimento ma aventi dimora abituale in altro comune o all'estero;
- le **caratteristiche anagrafiche, di stato civile, socio - economiche e la mobilità territoriale**.

d) Unità di rilevazione del censimento

Ai sensi dell'art. 6 del Regolamento di esecuzione del censimento della popolazione, le **unità di rilevazione** sono:

- la **famiglia** intesa come insieme di persone legate da vincoli di matrimonio, parentela, affinità, adozione, tutela o da vincoli affettivi, coabitanti ed aventi dimora abituale nello stesso comune (anche se non sono ancora iscritte nell'anagrafe della popolazione residente del comune medesimo);
- le **single persone**;
- la **convivenza** intesa come insieme di persone che, senza essere legate da vincoli di matrimonio, parentela, affinità e simili, conducono vita in comune per motivi religiosi, di cura, di assistenza, militari, di pena e simili. Le persone addette alla convivenza per ragioni di lavoro, se vi convivono abitualmente, sono considerate membri permanenti della convivenza purché non costituiscano famiglia a sé stante.

e) Errori nei censimenti

Il censimento necessita una lunga fase di preparazione ma, malgrado le attenzioni poste, sussistono **errori quantitativi** sotto forma di **omissioni** di certi individui e **doppi conteggi** di altri. Queste due tipologie di errori normalmente coesistono; nei censimenti più attendibili si stimano errori dall'1 al 2% nel senso sia delle omissioni sia dei doppi conteggi. A tali errori si aggiungono quelli **qualitativi** quali: inesatta dichiarazione dell'età, dello stato civile etc.

Di seguito riportiamo la popolazione residente nelle diverse ripartizioni geografiche in Italia al censimento 1991 e al censimento 2001:

Ripartizioni geografiche	Popolazione residente	
	Censita al 21 ottobre 2001	Censita al 20 ottobre 1991
Italia Nord - Occidentale	14.938.562	14.950.859
Italia Nord - Orientale	10.634.820	10.378.335
Italia Centrale	10.906.626	10.911.353
Italia Meridionale	13.914.865	13.922.850
Italia Insulare	6.600.871	6.614.634
Italia	56.995.744	56.778.031

Tabella 1 - Fonte: ISTAT

B) Indagini campionarie

Gli inevitabili errori che si commettono durante le complesse operazioni che costituiscono il censimento generale della popolazione inducono a sostituire ad un'indagine esaustiva un'indagine svolta con metodi campionari che risponde ad obiettivi precisi.

Ovviamente, tali indagini sono soggette al limite fondamentale che le induzioni sulla popolazione, ossia le estensioni delle informazioni dal campione alla popolazione, sono soggette al rischio casuale tipico del metodo induttivo legato al numero limitato di unità da cui sono tratte le informazioni e alla loro natura casuale. Tali induzioni si realizzano con una precisione accettabile solo con campioni aventi numerosità elevata; il che implica, tuttavia, costi notevoli per l'esecuzione dell'indagine.

C) Registro della popolazione (anagrafe)

Il **registro della popolazione**, che in Italia assume la denominazione di **anagrafe**, offre informazioni sia sullo stato sia sul movimento della popolazione, infatti, esso descrive le caratteristiche fondamentali della **popolazione residente** in ciascun comune: nascita (da genitori residenti), migrazioni (iscrizioni per immigrazione, cancellazioni per emigrazione), morti (di residenti).

Ai sensi dell'art. 13 del D.P.R. 22 maggio 2001, n. 276, i Comuni effettuano l'aggiornamento e la revisione delle anagrafi della popolazione residente sulla base delle notizie, raccolte con apposito modello in occasione del censimento generale della popolazione, riguardanti il cognome, il nome, il sesso, il luogo e la data di nascita, e il comune di residenza dei soggetti censiti.

Pertanto, il registro della popolazione consente di conoscere le cifre sul movimento naturale e sociale della popolazione tra due censimenti. Tuttavia, in corrispondenza della data dei censimenti si verifica, per alcuni comuni, una differenza tra popolazione anagrafica e popolazione residente censita. Tale distanza è dovuta, principalmente, ad una mancanza di confronto, in tali comuni, tra dati del censimento e dati provenienti dall'anagrafe. Non meno rilevante è il fenomeno delle migrazioni: molti cittadini stranieri regolarmente presenti in Italia, non segna-

lano immediatamente all'anagrafe del comune di destinazione il cambiamento di dimora abituale che caratterizza la loro migrazione all'interno del paese.

D) Stato civile

A differenza del registro della popolazione, lo **stato civile** registra i principali eventi umani (nascita, matrimoni, ..., decessi) nel luogo in cui avvengono, a prescindere, quindi, dalla residenza del soggetto interessato. Nei paesi sviluppati tale sistema risponde ad un obbligo legale e si riferisce alla **popolazione presente** in un dato comune. Spesso, gli uffici dell'anagrafe coincidono con quelli dello stato civile, ma, questi ultimi rilevano esclusivamente i movimenti della popolazione.

Tali statistiche fanno da supporto ad una molteplicità di indagini demografiche.

CONSISTENZA NUMERICA DI UNA POPOLAZIONE. INCREMENTO DEMOGRAFICO

SOMMARIO: 1. Consistenza numerica di una popolazione. - 2. Incremento demografico. Tassi di incremento.
- 3. I tassi generici.

1. CONSISTENZA NUMERICA DI UNA POPOLAZIONE

Si è visto che una popolazione — dal punto di vista della demografia — è un insieme di esseri umani che si rinnovano a causa di meccanismi di entrata (nascite, immigrazioni) e di uscita (morti, emigrazioni).

È ovvia l'esigenza di disporre di dati sulla consistenza numerica della popolazione nel periodo tra due censimenti consecutivi. L'unità di tempo presa in considerazione è, generalmente, l'anno.

La popolazione (P_t) al 1° gennaio di un anno dato è pari alla popolazione (P_0) al 1° gennaio dell'anno precedente, aumentata del numero di nascite (N) ed immigrazioni (I) e diminuita del numero di decessi (M) ed emigrazioni (E) avvenuti durante le due date successive; in simboli:

$$P_t = P_0 + N + I - M - E \quad (1.1)$$

La relazione appena fornita è nota come **equazione della popolazione**, in cui:

- $N - M$, l'eccedenza o il deficit delle nascite sui decessi, rappresenta il **saldo naturale**;
- $I - E$, l'eccedenza o il deficit di iscrizioni per immigrazioni dall'estero rispetto alle cancellazioni per emigrazioni per l'estero, rappresenta il **saldo migratorio**.

Essa consente, in un dato intervallo, di calcolare il **bilancio demografico** della popolazione.

Nei paesi dell'Europa occidentale e centrale, per le statistiche delle nascite e dei decessi, il registro dello stato civile fornisce informazioni complete ed attendibili. Più complicata è la situazione per ciò che concerne le statistiche relative ai movimenti migratori degli stranieri, ad eccezione dei paesi che dispongono di un sistema di osservazione continuo su scala comunale. Generalmente, il saldo migratorio è valutato in maniera indiretta tra due censimenti successivi, ed è uguale alla variazione della popolazione tra i due censimenti diminuita del saldo naturale registrato durante l'intervallo. Di questo argomento ci occuperemo diffusamente nel corso del capitolo ottavo.

2. INCREMENTO DEMOGRAFICO. TASSI DI INCREMENTO

La crescita della popolazione, le sue cause e le sue conseguenze, sono al centro d'interesse di demografi, economisti, sociologi etc.

Talvolta ci si chiede di quanto sia aumentata (o diminuita), in valore assoluto, una data popolazione o, ancora più interessante, si può voler confrontare la variazione nella consistenza numerica di una data popolazione rispetto a quella di un'altra.

La differenza tra popolazione (P_t) alla fine di un dato periodo e la popolazione (P_0) all'inizio dello stesso periodo costituisce l'**incremento** (o il **decremento**) **assoluto** della stessa; tale variazione assoluta, considerando la (1.1), è data da:

$$\Delta t = P_t - P_0 = N - M + I - E$$

ossia, dalla somma del saldo naturale e del saldo migratorio.

Rapportando tale incremento o decremento assoluto al numero t di periodi (solitamente anni) in cui è diviso il periodo, ossia:

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{P_t - P_0}{t}$$

si ottiene l'**incremento** (o **decremento**) **medio per unità di tempo**.

Tali misure non si prestano, tuttavia, a confronti tra fenomeni relativi a popolazioni diverse. A tal fine l'analisi demografica ha elaborato i cosiddetti **tassi d'incremento**, ossia indicatori che prescindono dalle numerosità delle popolazioni da confrontare ma che sono in grado di stabilire l'entità dell'incremento (o decremento) subito.

I tassi d'incremento sono diversi a seconda di alcune assunzioni sulle leggi che regolano la crescita della popolazione e sulla popolazione scelta quale riferimento per i confronti. Sostanzialmente se ne distinguono tre tipologie:

- *tasso d'incremento aritmetico*;
- *tasso d'incremento geometrico (o composto)*;
- *tasso d'incremento continuo*.

A) Tasso di incremento aritmetico

Il **tasso di incremento aritmetico** si applica quando si vuole conoscere, in un dato numero t di anni, il contributo medio annuo all'incremento demografico concernente ciascuno degli individui della popolazione iniziale.

Sia P_0 la popolazione all'inizio dell'intervallo, scelta come popolazione base, e r il tasso di incremento aritmetico, la popolazione dopo 1 anno è:

$$P_1 = P_0 + P_0 r \cdot 1$$

Analogamente, la popolazione dopo 2 anni è:

$$P_2 = P_0 + P_0 r \cdot 2$$

La popolazione dopo k anni è:

$$P_k = P_0 + P_0 r \cdot k$$

I termini appena dati variano in progressione aritmetica di ragione $P_0 r$, pertanto, la popolazione dopo t anni è:

$$P_t = P_0 + P_0 r t = P_0 (1 + r t)$$

Il tasso di incremento aritmetico, riferito ad un'unità di popolazione iniziale, si ricava da quest'ultima espressione ed è pari a:

$$r = \frac{P_t - P_0}{P_0 t} \quad (2.1)$$

e rappresenta di quante unità si è accresciuta (o è diminuita) la popolazione in un determinato intervallo di tempo per ogni unità iniziale, ovvero, il numero di individui che si sono aggiunti, in un dato periodo di tempo, per ogni 1.000 individui della popolazione iniziale.

Esso è ottenuto traducendo in linguaggio demografico ciò che in matematica finanziaria assume la denominazione di *regime finanziario dell'interesse semplice*, e rappresenta il numero medio di individui (ogni mille all'inizio presenti) che si aggiungono o si sottraggono annualmente alla popolazione durante l'intervallo considerato, ipotizzando una crescita lineare della popolazione.

In base all'ipotesi fatta la **popolazione media** nel periodo considerato, ossia il numero di anni vissuti dalla popolazione in quel periodo, è pari alla media aritmetica delle popolazioni all'inizio e alla fine del periodo; in simboli:

$$\bar{P} = \frac{P_0 + P_t}{2}$$

Interessante è rilevare il tempo di raddoppio di una popolazione dato un tasso di incremento aritmetico.

In generale, il tempo t occorrente ad una popolazione per divenire di ammontare pari a P_t , dato un tasso di incremento aritmetico r , si ottiene dalla formula inversa della (2.1), ed è:

$$t = \frac{P_t - P_0}{P_0 r} \quad (2.2)$$

Pertanto, se si desidera conoscere il tempo occorrente perché una popolazione P_0 raddoppi (**tempo di raddoppio**), ossia diventi pari a $2P_0$, la formula da applicare è la seguente:

$$t = \frac{2P_0 - P_0}{P_0 r}$$

ossia:

$$t = \frac{2P_0(2-1)}{P_0 r}$$

da cui:

$$t = \frac{1}{r} \quad (2.3)$$

B) Tasso di incremento geometrico (o composto)

Il **tasso di incremento geometrico (o composto)** si applica quando si assume che ciascun individuo, che ogni anno si aggiunge alla popolazione iniziale, contribuisca a sua volta all'incremento demografico negli anni successivi.

La popolazione scelta come riferimento, data questa ipotesi, è quella esistente all'inizio di ogni anno costituente l'intervallo.

Sia P_0 la popolazione all'inizio dell'intervallo, e r' il tasso di incremento geometrico, la popolazione dopo 1 anno è:

$$P_1 = P_0 + P_0 r' = P_0 (1 + r')$$

Analogamente, la popolazione dopo 2 anni è:

$$P_2 = P_1 + P_1 r' = P_1 (1 + r') = P_0 (1 + r') (1 + r') = P_0 (1 + r')^2$$

La popolazione dopo k anni è:

$$P_k = P_0 (1 + r')^k$$

I termini appena dati variano in progressione geometrica di ragione $1 + r'$, pertanto, la popolazione dopo t anni è:

$$P_t = P_0 (1 + r')^t$$

Il tasso di incremento aritmetico riferito ad un'unità di popolazione iniziale si ricava da quest'ultima espressione ed è pari a:

$$r' = \left(\frac{P_t}{P_0} \right)^{\frac{1}{t}} - 1 \quad (2.4)$$

Esso è ottenuto traducendo in linguaggio demografico ciò che in matematica finanziaria assume la denominazione di *regime finanziario dell'interesse composto*, e rappresenta, per ogni anno, l'andamento medio di incremento rispetto all'anno precedente, ipotizzando una crescita esponenziale della popolazione.

In base all'ipotesi fatta la **popolazione media** nel periodo considerato è pari alla media geometrica delle popolazioni all'inizio e alla fine del periodo.

Anche in questo caso è interessante conoscere il tempo occorrente ad una popolazione per raddoppiare, dato un tasso di incremento composto.

La formula inversa della (2.4) per calcolare il tempo t occorrente ad una popolazione per divenire di ammontare pari a P_t , dato un tasso di incremento geometrico r' , è:

$$t = \frac{\ln\left(\frac{P_t}{P_0}\right)}{\ln(1 + r')} \quad (2.5)$$

Nel caso particolare in cui si voglia conoscere il **tempo di raddoppio** della popolazione, la formula da applicare è:

$$t = \frac{\ln\left(\frac{2P_0}{P_0}\right)}{\ln(1+r')}$$

ossia:

$$t = \frac{\ln(2)}{\ln(1+r')} \quad (2.6)$$

C) Tasso di incremento continuo

Il **tasso di incremento continuo** si applica quando si assume una funzione di sviluppo di tipo esponenziale per la popolazione, per cui si ipotizza che ogni unità aggiuntiva della popolazione contribuisca a sua volta all'incremento successivo della stessa, e ragionando in termini di intervalli infinitesimi. La popolazione scelta come riferimento, data questa ipotesi, è quella esistente in ogni intervallo infinitamente piccolo. Pertanto, la popolazione dopo t anni, dato un tasso di incremento r'' , è:

$$P_t = P_0 e^{r''t}$$

con e base dei logaritmi neperiani. Dalla funzione appena data si ha che il tasso di incremento demografico r'' è:

$$r'' = \frac{\ln\left(\frac{P_t}{P_0}\right)}{t} \quad (2.7)$$

ed è ottenuto traducendo in linguaggio demografico ciò che in matematica finanziaria assume la denominazione di *regime finanziario di capitalizzazione continua*.

Infine, la formula da applicare per conoscere il tempo occorrente ad una popolazione P_0 per divenire di ammontare pari a P_t , dato un tasso di incremento esponenziale r'' , è:

$$t = \frac{\ln\left(\frac{P_t}{P_0}\right)}{r''} \quad (2.8)$$

In particolare, il **tempo di raddoppio** della popolazione P_0 è:

$$t = \frac{\ln(2)}{r''} \quad (2.9)$$

Il tasso di incremento continuo trova applicazione quando si voglia:

— stimare la popolazione P_i ad un tempo intermedio i , noti P_0 e r'' ; la formula da applicare è la seguente:

$$P_i = P_0 e^{r''i} \quad 0 < i < t$$

— estrapolare il valore della popolazione P_s ad un tempo futuro s , noti P_0 e r'' (supposto r'' costante); la formula da applicare è la seguente:

$$P_s = P_0 e^{r''s} \quad s = t + 1, t + 2, \dots$$

ESEMPIO

La popolazione italiana residente al censimento 1991 ammontava a 56.778.031 unità; la corrispondente popolazione al censimento 2001 ammontava a 56.995.744 unità.

Determinare:

- il tasso d'incremento aritmetico;
- il tasso d'incremento geometrico;
- il tasso d'incremento continuo.

I tassi d'incremento richiesti si calcolano considerando che:

- $P_0 = 56.778.031$;
- $P_t = 56.995.744$;
- $t = 10$.

Inoltre, è più che evidente l'incremento assoluto della popolazione italiana tra i due censimenti, per cui i tre tassi assumeranno valori positivi.

a) Il tasso d'incremento aritmetico è:

$$r = \frac{56.995.744 - 56.778.031}{56.778.031 \cdot 10} = 0,0003834$$

In base a tale tasso si rileva un incremento nella popolazione pari a 0,3834%.

b) Il tasso d'incremento geometrico è:

$$r' = \left(\frac{56.995.744}{56.778.031} \right)^{\frac{1}{10}} - 1 = 0,0003828$$

L'incremento nella popolazione è pari a 0,3828% ed è minore del tasso aritmetico.

c) Il tasso d'incremento continuo è:

$$r'' = \ln \left(\frac{56.995.744}{56.778.031} \right) = 0,0003827$$

In base a tale tasso l'incremento è stato pari a 0,3827%.

3. I TASSI GENERICI

Le frequenze assolute dei nati vivi (N), immigrazioni (I), emigrazioni (E) e decessi (M) in un dato periodo (t) non consentono confronti con i corrispondenti valori di altre popolazioni. Per ottenere misure dell'incidenza di tali fenomeni si effettuano, nell'analisi demografica, rapporti tra la frequenza assoluta con cui si manifestano nel periodo e la consistenza numerica della popolazione di riferimento (P). Tali rapporti, detti **tassi generici**, o **quozienti generici**, sono generalmente moltiplicati per 1.000 e assumono la denominazione di:

— **tasso di natalità:**

$$n_t = \frac{N_t}{P_t} \cdot 1.000$$

— **tasso di immigratorietà:**

$$i_t = \frac{I_t}{P_t} \cdot 1.000$$

— **tasso di emigratorietà:**

$$e_t = \frac{E_t}{P_t} \cdot 1.000$$

— **tasso di mortalità:**

$$m_t = \frac{M_t}{P_t} \cdot 1.000$$

Generalmente si assume come denominatore del rapporto la popolazione media del periodo.

I tassi appena visti si tengono distinti dai *tassi specifici* ottenuti rapportando sottoinsiemi degli insiemi N, I, E, M alla popolazione (o a un sottoinsieme della stessa), e che esamineremo in seguito per i diversi fenomeni demografici.

ESEMPIO

La tabella seguente riporta i dati, forniti dall'ISTAT, sul movimento naturale della popolazione e sulla popolazione a inizio e fine anno 1999, per ripartizione geografica:

Movimento naturale	Nord-ovest	Nord-est	Centro	Sud	Isole	Italia
Nati vivi	129.025	93.271	96.398	149.914	68.479	537.087
Morti	161.453	112.168	115.607	119.679	62.021	570.928
Saldo	-32.428	-18.897	-19.209	30.235	6.458	-33.841
Popolazione a inizio anno	15.069.493	10.560.820	11.071.715	14.157.883	6.752.704	57.612.615
Popolazione a fine anno	15.099.118	10.614.288	11.097.006	14.129.861	6.739.682	57.679.955

Tabella 1 - Fonte: ISTAT

Determinare:

- a) *i tassi di natalità per le diverse ripartizioni geografiche;*
- b) *i tassi di mortalità per le diverse ripartizioni geografiche.*

Prima di passare alla determinazione dei tassi di natalità e mortalità, bisogna premettere che i denominatori dei rapporti saranno costituiti dalla semisomma tra popolazione a inizio anno e popolazione a fine anno.

- a) I tassi di natalità si ottengono dal rapporto tra nati vivi nell'anno e popolazione media dell'anno stesso.

Tali rapporti sono moltiplicati per 1.000.

Movimento naturale	Nord-ovest	Nord-est	Centro	Sud	Isole	Italia
Quozienti di natalità	8,554	8,809	8,697	10,599	10,151	9,317

Schema 1

Dalla tabella si evince che in Italia nel 1999 ogni 1.000 abitanti ne sono nati 9,317; analogo discorso può farsi per le diverse ripartizioni geografiche, per le quali si nota che il più alto tasso di natalità appartiene al Sud.

- b) I tassi di mortalità si ottengono dal rapporto tra i morti nell'anno e popolazione media dell'anno stesso. Anche tali rapporti sono moltiplicati per 1.000.

Movimento naturale	Nord-ovest	Nord-est	Centro	Sud	Isole	Italia
Quozienti di mortalità	10,703	10,594	10,430	8,462	9,193	9,904

Schema 2

Dalla tabella si evince che in Italia ogni 1.000 abitanti nel 1999 ne sono morti 9,904. Il più alto tasso di mortalità si rinviene nel Nord-ovest.

STRUMENTI PER L'ANALISI DEI FENOMENI DEMOGRAFICI

SOMMARIO: 1. Introduzione. - 2. Il diagramma di Lexis. - 3. Coorti e generazioni. Analisi per generazioni e analisi per contemporanei. - 4. Gli strumenti elementari dell'analisi demografica: tassi e probabilità.

1. INTRODUZIONE

Scopo dell'analisi demografica è la trasformazione delle informazioni statistiche grezze in dati elaborati al fine di renderli significativi. Tale trasformazione si attua attraverso le operazioni di sistemazione dei dati in tabelle, nella loro opportuna sintesi attraverso indici, etc.

In questo capitolo esamineremo i concetti e gli strumenti elementari a disposizione della demografia per analizzare i fenomeni che concorrono a determinare la dinamica demografica.

2. IL DIAGRAMMA DI LEXIS

Il **diagramma di Lexis** è una rappresentazione grafica di eventi demografici (nascita, matrimonio, divorzio, ..., morte) di un individuo, dovuta allo statistico tedesco Lexis (1837 - 1914). Il diagramma, ideato nel 1875, pone in corrispondenza le date di osservazione di questi eventi e le età (o le durate) a queste date; consente, dunque, di classificare le informazioni attinenti tali eventi in funzione del flusso del tempo indicato secondo due modalità contemporanee: la data e l'età.

Il diagramma di Lexis si rappresenta nel piano attraverso un sistema di assi cartesiani ortogonali in cui in ascissa si riportano i tempi (teoricamente milioni di anni, dall'origine dell'uomo) e in ordinata le età (fino al massimo ω che, convenzionalmente, è pari a più di 100 anni).

Per rappresentare l'insieme degli eventi concernenti la vita di un individuo, il diagramma si serve della **linea di vita**, ossia di un segmento parallelo alla bisettrice del quadrante formato dal verso positivo degli assi. Essa può essere definita, quindi, come il *luogo geometrico di tutti gli eventi sopravvenuti nella vita di un individuo*; consente, conoscendo l'una delle coordinate temporali di un punto — evento (data o età) — di determinare l'altra.

Una linea di vita può indicare semplicemente i due eventi fondamentali attinenti la vita umana: la nascita e la morte.

Si consideri la figura seguente:

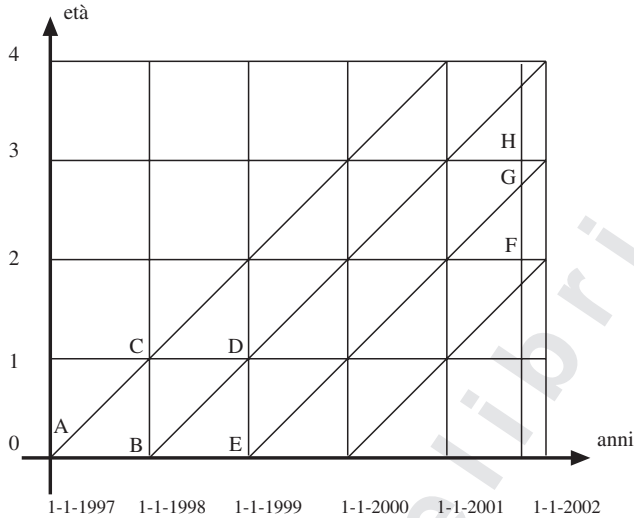


Figura 3.1

in essa le linee oblique e tra loro parallele tracciate rappresentano le linee di vita di individui diversi. La prima, che parte dal punto A , è quella di un individuo nato il primo gennaio 1997, la seconda, che parte dal punto B è quella di un individuo nato il primo gennaio 1998. Le due linee delimitano un fascio di linee di vita relative ad individui nati tra il primo gennaio 1997 e il primo gennaio 1998, la cosiddetta **generazione** di nati nel 1997. Pertanto, il segmento AB definisce l'insieme delle linee di vita degli individui nati nel 1997. Analogamente, le linee di vita che partono dal punto B al punto E delimitano un fascio di linee di vita relative ad individui nati tra il primo gennaio 1998 e il primo gennaio 1999, per cui il segmento BE definisce l'insieme delle linee di vita degli individui nati nel 1998, etc.

A questo punto è possibile dare un significato ai vari segmenti e figure geometriche che si evincono dalla figura:

- il segmento AB , come detto, definisce il fascio delle linee di vita degli individui nati nel 1997;
- il segmento BE definisce il fascio delle linee di vita degli individui nati nel 1998;
- il triangolo ABC definisce le linee di vita degli individui che, nati nel 1997, non sopravvivono al 31 dicembre 1997, dunque le linee di vita che non intersecano il segmento BC ;
- il segmento $BC = AB - ABC$ definisce l'insieme degli individui nati nel 1997 e che sopravvivono al 31 dicembre 1997;
- il triangolo BCD definisce l'insieme degli individui nati nel 1997 e che muoiono nel corso del 1998;
- il parallelogramma $ACDB$ definisce, dunque, l'insieme degli individui nati nel 1997 e che non sopravvivono al 31 dicembre 1998;
- il segmento $CD = AB - ABCD$ definisce l'insieme degli individui nati nel 1997 che sopravvivono e che festeggiano il primo compleanno nel corso del 1998 ma in momenti diversi;

- il segmento verticale che si individua tra il primo gennaio 2001 e il primo gennaio 2002 indica il censimento tenuto nell'ottobre 2001 e rappresenta tutti gli individui che a quella data vivono contemporaneamente; il segmento *FH* su tale linea identifica gli individui censiti di età compresa tra 2 e 3 anni, in particolare:
- il segmento *FG* definisce gli individui nati nel 1999;
- il segmento *GH* definisce gli individui nati nel 1998.

Pertanto, dopo aver illustrato i segmenti e le superfici della figura si può affermare che:

- tutti i **segmenti paralleli all'asse delle ordinate** definiscono gli individui che vivono nello stesso momento e sono detti **linee dei contemporanei**;
- tutti i **segmenti paralleli all'asse delle ascisse** definiscono gli individui che compiono lo stesso numero di anni ma in momenti diversi nel corso dello stesso anno solare e sono detti **linee dei coetanei**;
- tutte le **superfici** (triangoli, quadrati o parallelogrammi) definiscono gli insiemi di individui che non sopravvivono ad una certa data, ossia le linee di vita che si interrompono.

Nella spiegazione della figura ci si è limitati ad annoverare solo i due eventi nascita e morte concernenti la vita di individui. In realtà, ciascun punto di una linea di vita di un individuo rappresenta un evento sopravvenuto durante il corso della sua esistenza, ed ha per coordinate le coppie tempo - età che lo contrassegna.

3. COORTI E GENERAZIONI. ANALISI PER GENERAZIONI E ANALISI PER CONTEMPORANEI

L'analisi demografica si interessa di eventi concernenti la vita di un insieme di individui, non di uno solo.

Si è già visto che nella figura 3.1 il segmento *AB* definisce la fascia di linee di vita rappresentative di eventi sopravvenuti nella vita di individui nati nel corso del 1997 in una data popolazione e che assumono la denominazione di **generazione** del 1997.

Si definisce **coorte** un insieme di individui caratterizzati da un **evento** — **origine** comune nel corso di uno stesso anno. La generazione è, dunque, un caso particolare di coorte in cui l'evento — origine comune è la nascita.

Nell'analisi demografica due nozioni appaiono di frequente: quella di *intensità* e quella di *cadenza*.

L'**intensità** di un fenomeno in una coorte misura la frequenza con cui si presenta il fenomeno ed è data dal numero totale di eventi corrispondenti vissuti da una data coorte rapportato alla consistenza iniziale della stessa; essa rappresenta, dunque, il numero medio di eventi vissuti da ciascun individuo della coorte. Nei capitoli dedicati all'analisi dei fenomeni demografici ricaveremo indici atti a misurare l'intensità di ciascuno di essi.

L'intensità può essere misurata sia all'atto dell'estinzione di una coorte (**intensità finale**), sia in un momento qualsiasi (**intensità attuale**).

L'intensità finale del fenomeno mortalità è ovviamente pari a 1.

La **cadenza** o **calendario** di un fenomeno è la distribuzione per età del fenomeno.

Generalmente si assume come indicatore della cadenza di un fenomeno l'età media alla quale esso si presenta. Pertanto, la cadenza della fecondità è data dall'età media alla nascita di un figlio.

Alcuni cambiamenti dell'indice di fecondità possono riflettere i cambiamenti, da un anno all'altro, nelle scelte della donna di avere figli: prolungamento degli studi, aspirazione a fare carriera, etc.

Date queste definizioni, è possibile, a questo punto, affermare che l'analisi demografica, avendo per oggetto un evento che contraddistingue un insieme di individui, può essere svolta seguendo due modalità differenti:

- per generazioni o per coorti;
- per contemporanei.

La figura seguente mostra le due tipologie di analisi che andiamo adesso ad illustrare:

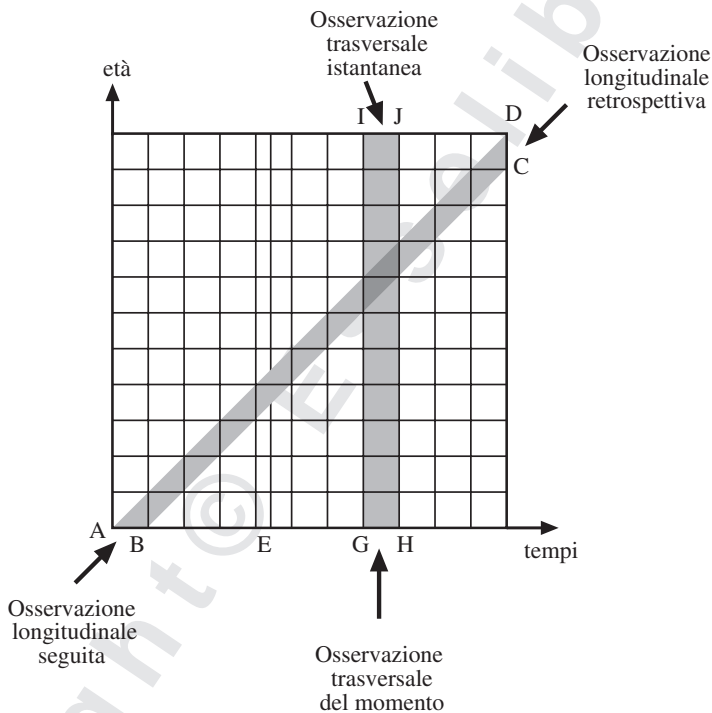


Figura 3.2

A) Analisi per generazioni

L'analisi per generazioni, o per coorti, o analisi longitudinale, consiste nell'osservare, appunto, una coorte per un dato periodo di tempo. Ovviamente, alle coorti appartengono individui con conoscenze e tradizioni differenti. Solitamente si assume come tempo di osservazione dall'origine della generazione alla sua scomparsa (nella figura 3.2 dal segmento AB al segmento CD) se si tratta di analizzare il fenomeno della mortalità, oppure dalla nascita all'anno di età se il fenomeno oggetto di analisi è la mortalità infantile, oppure un'età compresa tra i 15 e i 49 anni in una generazione di donne per lo studio della fecondità, etc.

È con questa tipologia di analisi che sono generalmente studiati i fenomeni demografici, in quanto essa pone in rilievo come una medesima generazione sia esposta agli stessi condizionamenti ambientali.

A questo punto è necessario individuare le due modalità di osservazioni diacroniche dei fenomeni demografici: l'*osservazione seguita* e l'*osservazione retrospettiva*.

a) *Osservazione seguita*

L'**osservazione seguita** consiste nel registrare gli eventi nel momento in cui essi si producono. Per una nuova coorte si raccolgono le informazioni che la riguardano dalla sua origine.

L'osservazione condotta in questi termini presenta un'eccellente qualità dei dati raccolti ed è utilizzata fundamentalmente per l'analisi delle determinanti dei percorsi scolastici.

Tale osservazione, tuttavia:

- comporta costi notevoli ed è gravosa da effettuarsi, per cui è eseguita su campioni, i cosiddetti *panels*. Si tratta, quindi, di indagini caratterizzate da campioni, permanenti o continui, costituiti dalle stesse unità statistiche che sono intervistate, salvo sostituzioni richieste da esigenze tecniche, in successivi periodi di tempo;
- è soggetta, talvolta, ad una dispersione di una parte della coorte (per morte o emigrazione) e, di conseguenza, sussistono difficoltà di sostituzione con individui dalle caratteristiche omogenee.

b) *Osservazione retrospettiva*

Con l'**osservazione retrospettiva** si interrogano, in un dato momento, i superstiti di una coorte per ricostruirne la storia.

Il metodo in questione consente di raccogliere solo le informazioni sulla biografia che interessano ai fini dell'analisi.

Tuttavia, esso presenta dei limiti:

- non è utilizzabile per lo studio di fenomeni come la mortalità non essendo, ovviamente, possibile interrogare gli interessati;
- il fenomeno studiato può essere positivamente correlato con il fenomeno perturbatore eliminato; il caso tipico è la fecondità con la mortalità, entrambe assumono valori relativamente alti per date classi sociali;
- la qualità dei dati raccolti dipende dall'affidabilità della memoria degli intervistati.

B) **Analisi per contemporanei**

L'**analisi per contemporanei** o **analisi trasversale** consiste nell'osservare simultaneamente (da qui la denominazione di **analisi sincronica**) ad un dato momento, o nel corso di un dato periodo, le coorti di una data popolazione relativamente ad uno stesso fenomeno.

Essa può essere effettuata relativamente ad un dato:

- istante;
- periodo.

a) *Osservazione ad un dato istante*

Tale osservazione trae origine da un'indagine, generalmente il censimento della popolazione, che consente, ad un certo **istante**, di conoscere lo stato di una popolazione (nella figura 3.2 è il segmento verticale EF). I movimenti o i cambiamenti di stato si possono evincere solo dal confronto di osservazioni successive.

b) *Osservazione su un dato periodo*

Tale osservazione consente di registrare, nel corso di un dato periodo (nella figura 3.2 la colonna $GHIJ$), il sopraggiungere di eventi relativi ad un dato fenomeno demografico.

L'osservazione condotta in questi termini differisce dall'analisi longitudinale in quanto, mentre quest'ultima studia il fenomeno in funzione dell'età di una medesima coorte di cui si segue il processo di invecchiamento, la prima raccoglie informazioni su diverse coorti che, durante il periodo di osservazione, hanno differente età con tradizioni evidentemente differenti.

4. GLI STRUMENTI ELEMENTARI DELL'ANALISI DEMOGRAFICA: TASSI E PROBABILITÀ

Per lo studio della distribuzione nel tempo di un dato evento, l'analisi demografica si serve di due indici elementari: tassi e probabilità.

A) Tassi

Si è già visto che, nell'analisi demografica, il termine tasso rappresenta il rapporto tra il numero di eventi osservati nel corso di un dato periodo e la media della consistenza numerica della popolazione nel corso del periodo.

Sia $E_{t,t+1}$ il numero di eventi osservati tra il tempo t e il tempo $t + 1$ e siano P_t e P_{t+1} la popolazione al tempo t e al tempo $t + 1$, rispettivamente, si ha che un generico tasso r è dato da:

$$r = \frac{E_{t,t+1}}{\frac{P_t + P_{t+1}}{2}}$$

B) Probabilità

Nell'analisi demografica il concetto di **probabilità** è utilizzato per studiare fenomeni non rinnovabili o per natura, come la mortalità, o per il loro grado, come il primo matrimonio, il primogenito etc.

Secondo la definizione classica, la probabilità di un evento è data dal rapporto tra numero di casi favorevoli al verificarsi dell'evento e numero di casi possibili.

Come vedremo meglio in seguito, per calcolare la probabilità di morte di un individuo di età x si rapporta la differenza tra il numero di persone viventi di età x e il numero di persone di età $x + 1$ (ossia il numero di decessi avvenuti in quell'intervallo) al numero di persone di età x .

Il complemento a 1 del rischio di subire l'evento è la probabilità di sottrarsi allo stesso, ossia la probabilità di sopravvivere, di restare celibe etc.

ANALISI DELLA STRUTTURA DELLA POPOLAZIONE

SOMMARIO: 1. Introduzione. - 2. Analisi della struttura per età. - 3. Analisi della struttura per sesso. - 4. Analisi della struttura per stato civile. - 5. I tassi specifici. Intensità della mortalità. - 6. Eliminazione degli effetti della struttura per età. - 7. La transizione demografica.

1. INTRODUZIONE

L'analisi della distribuzione di una popolazione in funzione di una o più variabili, quali età, sesso, stato civile, livello d'istruzione, professione etc., ossia in funzione delle sue **caratteristiche strutturali**, assume un rilievo fondamentale in demografia in quanto, attraverso strumenti matematico — statistici in grado di rappresentare e sintetizzare la distribuzione di una popolazione in funzione di tali variabili, permette di rendere immediate eventuali affinità o differenze tra popolazioni a confronto, inoltre consente di porre le basi per previsioni demografiche.

In questo capitolo analizzeremo la distribuzione di una popolazione in funzione dell'età, del sesso e dello stato civile.

2. ANALISI DELLA STRUTTURA PER ETÀ

Nell'analisi della struttura per età di una popolazione è di fondamentale interesse disporre di grafici e indici dai quali si possa evincere in quale misura la composizione per età di una popolazione possa influenzare l'evoluzione dei tassi di natalità e di mortalità, lo stato di avanzamento del processo di invecchiamento demografico che a sua volta dipende dall'andamento attuale o passato delle nascite e dei decessi.

A) Piramide delle età

Per rappresentare la distribuzione della popolazione di un dato paese secondo l'età ed il sesso e con riferimento ad un dato arco temporale si ricorre ad una particolare tipologia di grafico: la **piramide delle età**.

Si tratta di un doppio istogramma che presenta su un asse verticale le classi d'età, solitamente ad intervalli di cinque anni, e su un asse orizzontale il numero complessivo di appartenenti a ciascuna classe di età, in modo che ciascuna di esse sia rappresentata da superfici rettangolari aventi basi uguali o proporzionali al numero di individui ed altezze uguali all'ampiezza comune di classe. La rappresentazione grafica si ottiene dalla sovrapposizione di questi rettangoli ed esprime, appunto, le proporzioni esistenti fra il numero di persone a diverse classi di età e la ripartizione dei sessi per ciascuna di queste classi.

Generalmente, i maschi sono posti alla sinistra dell'asse verticale, le femmine alla destra e, in mancanza di ulteriori indicazioni, deve intendersi impiegata tale convenzione.

La rappresentazione grafica consente di cogliere con evidenza visiva la struttura per età e per sesso e il suo andamento. Attraverso la piramide dell'età si riescono ad evidenziare aspetti quali la variabilità dei fenomeni investigati, eventuali valori anomali (a seguito di eventi bellici, o boom demografici).

La mente umana deduce dal grafico tali aspetti pressoché istantaneamente, mentre deve impiegare assai più tempo per leggere tutte le cifre esposte in una tabella e collegarle tra loro.

Per operare confronti delle strutture demografiche di popolazioni appartenenti a territori diversi, o a periodi diversi, si pone sull'asse orizzontale la consistenza numerica degli individui per classi di età in percentuale di quella totale della popolazione.

La piramide delle età può assumere andamento diverso a seconda della tipologia demografica e può essere:

- a **triangolo**, o ad **accento circonflesso**, che è la forma tipica di una popolazione in cui la mortalità riduce progressivamente la consistenza numerica della popolazione con l'età, con un numero elevato nelle età giovanili (graficamente ciò si traduce in un'ampia base della piramide) e man mano sempre più scarsa al crescere dell'età, fino a giungere al vertice del triangolo, cui corrispondono i pochi individui di età avanzata sopravvissuti. Questa forma è caratteristica di un andamento demografico con alta natalità e alta mortalità ad ogni età;
- a **campana** con base media e profilo arrotondato, tipica di una popolazione stazionaria in cui la mortalità è diminuita a tutte le età e il tasso di natalità ha subito una flessione;
- a **salvadanaio** con una piramide a base ampia ma che si restringe nella parte media a fronte di un corpo finale di rilevante consistenza, indica una ripresa della natalità in un paese caratterizzato nel recente passato da una decadenza demografica;
- ad **albero** quando la piramide è stretta alla base. Tale forma rappresenta la situazione dei paesi demograficamente senili dove la natalità e la mortalità decrescono continuamente.

Le figure seguenti rappresentano la piramide dell'età della popolazione residente (in percentuale) in Italia per sesso e per classi di età, rispettivamente, al 10 giugno 1911 e al 1° gennaio 2001:

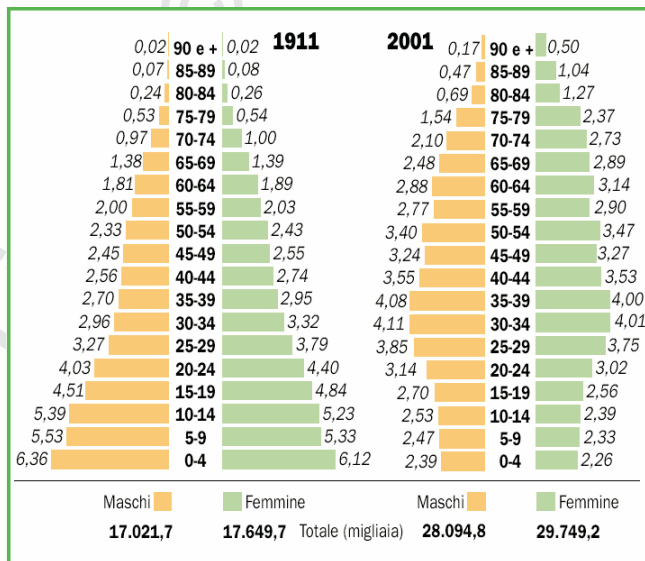


Figura 4.1 - Fonte: ISTAT

Dalla piramide relativa al 2001 si desume una sostanziale uguaglianza, per le diverse fasce d'età, tra le rispettive percentuali, maschili e femminili. Dalla fascia 0-4 anni fino alla fascia 35-39 anni, la percentuale dei maschi è più alta di quella delle femmine, successivamente, per la fascia di età 40-44 anni vi è scarso scostamento tra le percentuali e, infine, dalla fascia 45 - 49 anni la percentuale delle femmine supera quella dei maschi.

Si noti che la curva si accosta all'asse delle ordinate in corrispondenza della classe d'età 55-59 anni, ciò ad evidenziare il declino delle nascite durante il periodo bellico, ossia delle generazioni 1941-1945.

Le percentuali più alte si riscontrano, sia per i maschi sia per le femmine, in corrispondenza della fascia di età tra i 30 e i 39 anni, ciò a testimoniare l'elevato numero di nascite durante il boom economico degli anni dal 1960 al 1970.

Ancora più interessante è il confronto tra le due piramidi. Ciò che risulta evidente dai grafici è che la vita media era più bassa nel 1911 rispetto al 2001, in quanto le percentuali relative alle fasce d'età nella parte superiore della piramide del 1911 sono più basse rispetto alle corrispondenti del 2001. Inoltre, la composizione percentuale dei giovani fino a 24 anni era più alta nel 1911 che nel 2001.

I movimenti demografici dovuti a trasformazioni delle condizioni generali di natalità e mortalità sono lenti e modificano il profilo della piramide solo nel lungo periodo. Tuttavia, il grafico porta i segni di eventi eccezionali che, durante i decenni precedenti l'osservazione, hanno fortemente influenzato il numero delle nascite, delle migrazioni e dei decessi; tra questi, senza ombra di dubbio, hanno esercitato maggiori effetti, la seconda guerra mondiale e il baby-boom degli anni dal 1960 al 1970.

B) Indici della struttura per età

Come si è già anticipato, l'analisi demografica dispone di indici, ossia di misure sintetiche in grado di disperdere al minimo le informazioni sui dati originari e che assumono espressioni diverse a seconda delle caratteristiche che si misurano.

Di seguito ci occuperemo dei principali indici della struttura per età di una popolazione.

a) *Età media*

L'**età media** costituisce un primo indice per un'analisi della struttura demografica. Essa è, in generale, la media aritmetica delle età relative agli individui che costituiscono la popolazione. Generalmente, la distribuzione delle età del collettivo è per classi dunque, l'età media si esprime come la media delle età ponderata con la consistenza numerica di ciascuna classe.

La sua espressione analitica è la seguente:

$$\bar{x} = \frac{\sum \left(x + \frac{1}{2} \alpha \right) P_{x,x+\alpha}}{\sum P_{x,x+\alpha}}$$

in cui:

- α è l'ampiezza di ciascuna classe;
- $P_{x,x+\alpha}$ indica la frequenza assoluta di ciascuna classe.

In una popolazione in cui i movimenti migratori sono trascurabili, per cui l'eventuale processo di senilizzazione o ringiovanimento della stessa dipendono esclusivamente dalla mortalità o natalità, l'indice assume rilevanza fondamentale.

Non bisogna confondere i concetti di *età media* e *vita media*. La prima dipende dalla struttura per età della popolazione, la seconda, invece, dipende dalla legge di mortalità. Di essa ci occuperemo diffusamente in seguito.

b) *Età mediana*

L'**età mediana** è quell'indice che bipartisce la distribuzione ordinata in senso crescente delle età della popolazione. Per cui, al primo gruppo apparterranno le osservazioni inferiori o uguali all'età mediana, al secondo gruppo le osservazioni superiori o uguali alla stessa.

Sia N la numerosità della popolazione, se si suppone di disporre della distribuzione delle età non raggruppate in classi allora, se il numero N delle osservazioni è dispari, l'età mediana sarà

il valore che occupa la posizione centrale nella distribuzione, ossia $C = \frac{N+1}{2}$; quando, invece,

N è pari, l'età mediana coincide con la semisomma delle intensità individuate dai due posti

centrali $C_1 = \frac{N}{2}$ e $C_2 = \frac{N}{2} + 1$.

Generalmente, si dispone della distribuzione della popolazione per classi di età per cui, per specificare l'età mediana è necessario supporre che la popolazione si distribuisca linearmente in ogni classe e si applica un procedimento di interpolazione lineare. Si calcolano, dapprima, le frequenze cumulate; la classe mediana è quella in cui ricadono la metà delle frequenze cumulate. Quindi, si può applicare l'espressione analitica dell'età mediana, che è:

$$x_{Me} = L_1 + \left(\frac{C - C_x}{C_{x,x+\alpha} - C_x} \right) \alpha$$

in cui:

- L_1 è l'estremo inferiore della classe mediana;
- C è il posto centrale;
- C_x è l'accumulo delle frequenze di tutte le classi inferiori alla mediana;
- $C_{x,x+\alpha}$ è la frequenza cumulata che corrisponde alla classe mediana;
- α è l'ampiezza della classe mediana.

Nell'espressione entro parentesi il denominatore del rapporto rappresenta quella che in statistica è denominata frequenza della classe mediana; essa si individua facilmente scorrendo lungo la colonna della popolazione nella distribuzione per classi d'età.

Procedimento analogo si applica per determinare l'età del primo e del terzo quartile, altri due indici mutuati dall'analisi statistica e che consentono, dopo aver ripartito la distribuzione della popolazione per età (o classi d'età), di misurare l'incidenza delle classi d'età giovani — se si tratta del primo quartile — o anziane — se si tratta del terzo quartile — sul totale della popolazione.

Di seguito proponiamo altri indici che, nell'analisi statistica assumono la denominazione di *rapporti di coesistenza* e che si ottengono dividendo la frequenza di una modalità per la frequenza corrispondente di un'altra modalità.

c) *Indice di vecchiaia*

L'**indice di vecchiaia** evidenzia meglio dell'età media e dell'età mediana il livello di invecchiamento di una popolazione. Esso è fornito dal rapporto, espresso in termini percentuali, tra ammontare della popolazione anziana (di età superiore ai 65 anni, o altro limite) e ammontare della popolazione in età giovanile (0 - 14 anni).

La sua espressione analitica è, dunque, la seguente:

$$I_v = \frac{P_{65...}}{P_{0-14}} \cdot 100$$

L'indice è efficace nel descrivere la composizione per età di una popolazione in quanto, il primo segno del processo di senilizzazione di una popolazione è il valore elevato del numeratore del rapporto rispetto al denominatore.

Talvolta, si preferisce rapportare la popolazione anziana non alla popolazione in età giovanile bensì al complesso della popolazione; in simboli:

$$I_v = \frac{P_{65...}}{P} \cdot 100$$

d) *Indice di dipendenza*

L'**indice di dipendenza** o **di carico sociale** evidenzia quanto la popolazione in età non lavorativa dipende dalla popolazione in età lavorativa. Pertanto, esso si ottiene rapportando la somma della popolazione in età giovanile (0 - 14 anni) e della popolazione anziana (di età superiore ai 65 anni) alla popolazione in età lavorativa (15 - 64 anni), e moltiplicando tale rapporto per 100.

La sua espressione analitica è la seguente:

$$I_d = \frac{P_{0-14} + P_{65...}}{P_{15-64}} \cdot 100$$

Per misurare disgiuntamente il carico della popolazione in età giovanile o della popolazione anziana sulla popolazione in età lavorativa si scinde il rapporto nei due seguenti:

$$I_{dg} = \frac{P_{0-14}}{P_{15-64}} \cdot 100 \quad \text{e} \quad I_{da} = \frac{P_{65...}}{P_{15-64}} \cdot 100$$

Ovviamente, nei paesi ad alta natalità il valore del primo indice risulta elevato; esso mostra la situazione di dipendenza diretta dei giovani sotto i 14 anni dal reddito della famiglia. Al contrario, nei paesi caratterizzati da alta mortalità in età avanzata il valore del secondo indice risulta basso; esso assume significato in relazione al sistema previdenziale.

e) *Indice di struttura della popolazione in età lavorativa*

L'**indice di struttura della popolazione in età lavorativa** è in grado di valutare se il processo di senilizzazione di una popolazione colpisce la composizione per età delle forze lavoro le quali sono scisse in due classi. Esso è, infatti, dato dal rapporto, espresso in termini percentuali, tra la popolazione tra i 40 e i 64 anni e la popolazione tra i 15 e i 39 anni.

La sua espressione analitica è la seguente:

$$I_s = \frac{P_{40-64}}{P_{15-39}} \cdot 100$$

Indica, appunto, il peso delle classi in età lavorativa più anziane su quelle più giovani ed assumerà valori alti se è in atto un processo di obsolescenza delle forze lavoro per cui prospetta problemi per l'avvenire del sistema pensionistico del paese.

f) *Indice di ricambio della popolazione in età lavorativa*

L'**indice di ricambio della popolazione in età lavorativa** misura il mutamento nella composizione della popolazione in età lavorativa relativamente alle classi iniziali e finali di età della stessa. Esso è dato dal rapporto, espresso in termini percentuali, tra popolazione di età compresa tra i 60 e i 64 anni e popolazione di età compresa tra i 15 e i 19 anni.

La sua espressione analitica è la seguente:

$$I_r = \frac{P_{60-64}}{P_{15-19}} \cdot 100$$

Il suo utilizzo è limitato, tuttavia, all'analisi della struttura per età di una popolazione nel breve periodo. La situazione congiunturale si rileva difficile allorché l'indice assume un valore relativamente basso, ad evidenziare la presenza eccessiva di persone che stanno per entrare nella popolazione in età lavorativa rispetto a quelli che stanno per uscirvi per raggiungimento dell'età pensionabile.

Di seguito riportiamo i principali indici di struttura della popolazione italiana nel suo complesso per diversi anni e delle diverse regioni italiane al 1° gennaio 2001.

ANNI	Composizione percentuale			Indici			
	0-14 anni	15-64 anni	65 anni e più	Vecchiaia	Dipendenza strutturale	Dipendenza degli anziani	Età media
1997	14,8	68,1	17,2	116,1	46,9	25,2	40,6
1998	14,6	68,0	17,4	119,0	47,1	25,6	40,9
1999	14,5	67,8	17,7	122,2	47,5	26,1	41,1
2000	14,4	67,6	18,0	124,5	47,9	26,6	41,4
REGIONI							
Piemonte	12,0	67,3	20,7	172,5	48,7	30,8	43,5
Valle d'Aosta	12,8	68,3	18,9	147,5	46,5	27,7	42,3
Lombardia	13,1	69,1	17,8	135,5	44,6	25,7	41,7
Trentino-Alto Adige	16,0	67,3	16,8	104,9	48,7	24,9	39,9
<i>Bolzano-Bozen</i>	<i>17,1</i>	<i>67,5</i>	<i>15,5</i>	<i>90,7</i>	<i>48,2</i>	<i>22,9</i>	<i>38,8</i>
<i>Trento</i>	<i>14,9</i>	<i>67,1</i>	<i>18,0</i>	<i>120,6</i>	<i>49,1</i>	<i>26,9</i>	<i>41,0</i>
Veneto	13,4	68,7	18,0	134,3	45,6	26,2	41,5
Friuli-Venezia Giulia	11,3	67,5	21,2	188,0	48,2	31,4	44,2
Liguria	10,5	64,5	25,0	238,4	55,0	38,7	46,1
Emilia-Romagna	11,4	66,4	22,1	193,5	50,6	33,3	44,2
Toscana	11,6	66,3	22,1	189,8	50,8	33,3	44,2
Umbria	12,2	65,4	22,3	182,7	52,8	34,1	43,8
Marche	12,9	65,6	21,5	166,4	52,5	32,8	43,1
Lazio	14,1	68,5	17,4	123,0	45,9	25,3	41,0
Abruzzo	14,1	65,9	20,0	141,8	51,9	30,4	41,7
Molise	14,4	64,7	20,9	144,9	54,5	32,3	41,8
Campania	19,0	67,1	13,9	72,9	49,1	20,7	36,8
Puglia	17,0	67,5	15,4	90,6	48,1	22,8	38,3
Basilicata	16,0	65,9	18,1	113,7	51,7	27,5	39,7
Calabria	17,1	66,2	16,7	97,6	51,1	25,2	38,7
Sicilia	17,7	65,9	16,4	92,8	51,8	25,0	38,6
Sardegna	14,2	70,2	15,5	109,3	42,4	22,1	39,6
NORD	12,6	67,9	19,5	155,6	47,3	28,8	42,7
CENTRO	13,0	67,2	19,8	151,8	48,8	29,4	42,5
MEZZOGIORNO	17,3	66,9	15,8	91,5	49,5	23,7	38,4

Tabella 1 - Fonte: Annuario statistico italiano 2002 (ISTAT)

Dalla tabella si evince che l'incidenza percentuale dei giovani in età compresa tra 0 e 14 anni è diminuita negli anni, al contrario è aumentata quella delle classi di età più anziane, di conseguenza si è registrato un incremento dei diversi indici relativamente ai diversi anni.

Si noti, dalla seconda parte della tabella, che il processo di invecchiamento della popolazione italiana riguarda tutte le regioni. Tuttavia, mentre al Nord e al Centro è risultato, rispettivamente, pari al 155,6% e 151,8%, al Sud si riscontra un valore notevolmente più basso pari al 91,5%.

ESEMPIO

La tabella seguente riporta la popolazione residente in Italia rilevata al 1° gennaio 2001 per classi di età quinquennali:

Classi di età	Popolazione
0 - 4	2.683.051
5 - 9	2.769.342
10 - 14	2.851.511
15 - 19	3.045.511
20 - 24	3.556.119
25 - 29	4.399.252
30 - 34	4.704.263
35 - 39	4.678.953
40 - 44	4.100.240
45 - 49	3.766.985
50 - 54	3.976.685
55 - 59	3.274.229
60 - 64	3.481.941
65 - 69	3.107.325
70 - 74	2.796.956
75 - 79	2.262.700
80 - 84	1.136.061
85 - 89	868.459
90...	384.434
Totale	57.844.017

Tabella 2 - Fonte: ISTAT

Calcolare:

- l'età media;
- l'età mediana;
- l'indice di vecchiaia;
- l'indice di dipendenza;
- l'indice di struttura della popolazione in età lavorativa;
- l'indice di ricambio della popolazione in età lavorativa.

a) L'età media si ottiene applicando la formula:

$$\bar{x} = \frac{\sum \left(x' + \frac{1}{2}\alpha \right) P_{x,x+\alpha}}{\sum P_{x,x+\alpha}}$$

in cui i valori centrali di ciascuna classe si ottengono sommando all'estremo inferiore della classe $\frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{2} \cdot 5 = 2,5$; inoltre, per fissare un valore centrale anche per l'ultima

classe (aperta a destra) si introduce l'ipotesi che l'estremo superiore della stessa sia pari a 95, per cui il valore centrale è pari alla somma dell'estremo inferiore (in questo caso 90) e di 2,5.

Nello schema seguente riportiamo i calcoli necessari alla determinazione dell'indice richiesto:

$x, x + 4$	x'	$P_{x,x+4}$	$x'P_{x,x+4}$
0 - 4	2,5	2.683.051	6.707.627,5
5 - 9	7,5	2.769.342	20.770.065,0
10 - 14	12,5	2.851.511	35.643.887,5
15 - 19	17,5	3.045.511	53.296.442,5
20 - 24	22,5	3.556.119	80.012.677,5
25 - 29	27,5	4.399.252	120.979.430,0
30 - 34	32,5	4.704.263	152.888.547,5
35 - 39	37,5	4.678.953	175.460.737,5
40 - 44	42,5	4.100.240	174.260.200,0
45 - 49	47,5	3.766.985	178.931.787,5
50 - 54	52,5	3.976.685	208.775.962,5
55 - 59	57,5	3.274.229	188.268.167,5
60 - 64	62,5	3.481.941	217.621.312,5
65 - 69	67,5	3.107.325	209.744.437,5
70 - 74	72,5	2.796.956	202.779.310,0
75 - 79	77,5	2.262.700	175.359.250,0
80 - 84	82,5	1.136.061	93.725.032,5
85 - 89	87,5	868.459	75.990.162,5
90...	92,5	384.434	35.560.145,0
Totale	—	57.844.017	2.406.775.182,5

Schema 1

Pertanto, l'età media è:

$$\bar{x} = \frac{2.406.775.182,5}{57.844.017} = 41,61$$

Dall'esame dell'indice si evince il progressivo invecchiamento della popolazione italiana; infatti dalla tabella 1 risulta che l'età media del 2000 era pari a 41,4 anni, tale valore è aumentato, quindi, di 2 punti decimali.

- b) Per calcolare l'età mediana si individua, dapprima, il posto centrale e, siccome la numerosità della popolazione è dispari, si ha che:

$$C = \frac{57.844.017 + 1}{2} = 28.922.009$$

Quindi, si calcolano le frequenze cumulate (che qui indichiamo con $P'_{x,x+4}$), ossia l'accumulo delle frequenze per ogni classe:

$x, x + 4$	$P_{x,x+4}$	$P'_{x,x+4}$
0 - 4	2.683.051	2.683.051
5 - 9	2.769.342	5.452.393
10 - 14	2.851.511	8.303.904
15 - 19	3.045.511	11.349.415
20 - 24	3.556.119	14.905.534
25 - 29	4.399.252	19.304.786
30 - 34	4.704.263	24.009.049
35 - 39	4.678.953	28.688.002
40 - 44	4.100.240	32.788.242
45 - 49	3.766.985	36.555.227
50 - 54	3.976.685	40.531.912
55 - 59	3.274.229	43.806.141
60 - 64	3.481.941	47.288.082
65 - 69	3.107.325	50.395.407
70 - 74	2.796.956	53.192.363
75 - 79	2.262.700	55.455.063
80 - 84	1.136.061	56.591.124
85 - 89	868.459	57.459.583
90...	384.434	57.844.017
Totale	57.844.017	—

Schema 2

La frequenza cumulata 5.452.393 indica, ad esempio, la popolazione di età compresa tra 0 e 9 anni (ossia P_{0-9}); analogamente, la frequenza cumulata 55.455.063 indica la popolazione di età compresa tra 0 e 79 anni (ossia P_{0-79}).

Dallo schema, scorrendo lungo la colonna delle frequenze cumulate, si rileva che la classe mediana è la nona, che corrisponde ad una fascia d'età compresa tra 40 e 44 anni, in quanto, l'età mediana è quella di un individuo che occupa il 28.922.009° posto. A questo punto è possibile applicare la formula dell'età mediana:

$$x_{Me} = L_1 + \left(\frac{C - C_x}{C_{x,x+\alpha} - C_x} \right) \alpha$$

in cui, sostituendo ai simboli i dati, si ha:

$$x_{Me} = 40 + \left(\frac{28.922.009 - 28.688.002}{32.788.242 - 28.688.002} \right) \cdot 5 = 40,28$$

Per calcolare gli altri indici richiesti effettuiamo una nuova ripartizione in classi d'età della popolazione. La stessa si evince dallo schema seguente:

$x, x + 4$	$P_{x,x+4}$
0 - 14	8.303.904
15 - 39	20.384.098
40 - 64	18.600.080
65...	10.555.935
Totale	57.844.017

Schema 3

c) L'espressione analitica dell'indice di vecchiaia è:

$$I_v = \frac{P_{65...}}{P_{0-14}} \cdot 100$$

Pertanto, applicando alla formula i dati, il suo valore è il seguente:

$$I_v = \frac{10.555.935}{8.303.904} \cdot 100 = 127,12\%$$

il che significa che ogni 100 giovanissimi in Italia si contano 127 anziani circa.

Da ciò si evince il grado di invecchiamento della popolazione italiana che è in continuo aumento rispetto agli anni precedenti. Si consideri che dalla tabella 1 si rileva che nel 2000 è risultato pari al 124,5%, mentre l'anno precedente era pari al 122,2% etc.

d) L'espressione analitica dell'indice di dipendenza è:

$$I_d = \frac{P_{0-14} + P_{65...}}{P_{15-64}} \cdot 100$$

Pertanto, applicando alla formula i dati, il suo valore è il seguente:

$$I_d = \frac{8.303.904 + 10.555.935}{20.384.098 + 18.600.080} \cdot 100 = \frac{18.859.839}{38.984.178} \cdot 100 = 48,38\%$$

il che significa che ad ogni 100 persone in età lavorativa corrispondono circa 48 persone in età non lavorativa.

Ancora più interessanti sono gli indici di dipendenza limitati, rispettivamente, ai giovani e agli anziani:

$$I_{dg} = \frac{P_{0-14}}{P_{15-64}} \cdot 100 \quad \text{e} \quad I_{da} = \frac{P_{65...}}{P_{15-64}} \cdot 100$$

i cui valori sono:

$$I_{dg} = \frac{8.303.904}{38.984.178} \cdot 100 = 21,30\% \text{ e } I_{da} = \frac{10.555.935}{38.984.178} \cdot 100 = 27,08\%$$

Per cui, ad ogni 100 persone in età lavorativa corrispondono circa 21 giovanissimi e circa 27 persone anziane.

e) L'espressione analitica dell'indice di struttura della popolazione in età lavorativa è:

$$I_s = \frac{P_{40-64}}{P_{15-39}} \cdot 100$$

Il suo valore è:

$$I_s = \frac{18.600.080}{20.384.098} \cdot 100 = 91,25\%$$

f) Infine, l'espressione analitica dell'indice di ricambio della popolazione in età lavorativa è:

$$I_r = \frac{P_{60-64}}{P_{15-19}} \cdot 100$$

Per calcolarne il valore ci riferiamo direttamente alla ripartizione per classi di età che si evince dalla tabella 2; per cui si ha:

$$I_r = \frac{3.481.941}{3.045.511} \cdot 100 = 114,33\%$$

Ad ogni 100 persone che entrano nell'età lavorativa corrispondono circa 114 persone che escono dall'età lavorativa con evidente maggiorazione del peso per la struttura previdenziale.

3. ANALISI DELLA STRUTTURA PER SESSO

La **struttura per sesso** della popolazione assume rilievo allorché si analizzi in relazione agli effetti che essa produce su fenomeni demografici quali la natalità e la nuzialità. Si è visto che la rappresentazione grafica della composizione per età e per sesso di una popolazione si attua attraverso la piramide dell'età.

Anche nell'analisi della struttura per sesso la demografia dispone di misure sintetiche.

Un primo indice è denominato **rapporto di mascolinità**. Trattasi di un rapporto di coesistenza in quanto al numeratore figura l'ammontare della popolazione maschile (P_m) ad una certa data e al denominatore l'ammontare della popolazione femminile (P_f) alla stessa data; tale rapporto va moltiplicato per 100. La sua espressione analitica è la seguente:

$$R_m = \frac{P_m}{P_f} \cdot 100 \quad (3.1)$$

Analogamente, si può calcolare il **rapporto di femminilità** dividendo l'ammontare della popolazione femminile per l'ammontare della popolazione maschile.

Un altro indice è un **rapporto di composizione rispetto al sesso** (o rapporto di parte al tutto), in quanto al numeratore figura l'ammontare della popolazione maschile (femminile) ad una certa data mentre al denominatore figura l'ammontare totale della popolazione (maschile e femminile); tale rapporto va moltiplicato per 100. La sua espressione analitica è la seguente:

$$R_s = \frac{P_m}{P_m + P_f} \cdot 100 \quad (3.2)$$

o, analogamente, per le donne:

$$R_s = \frac{P_m}{P_m + P_f} \cdot 100$$

L'analisi demografica dimostra che la struttura per sesso dipende:

- dal **rapporto dei sessi alla nascita** che, come il censimento 2001 ha riconfermato, in Italia si mantiene intorno a circa 106 nati maschi su 100 nate femmine;
- dalla **differenza di mortalità tra maschi e femmine** alle differenti età, misurata dal rapporto dei tassi di mortalità dei due sessi. In quasi tutti i paesi, a prescindere dal livello di sviluppo economico, l'eccesso di mortalità dei maschi rispetto alle femmine è quasi la regola;
- dal fenomeno delle **migrazioni** che generalmente riguardano i due sessi in misura differente;
- da fenomeni che incidono sulla **consistenza numerica delle generazioni maschili e femminili** alle differenti età, tra questi l'esempio tipico sono le guerre.

Il grafico seguente illustra i rapporti di mascolinità della popolazione italiana:

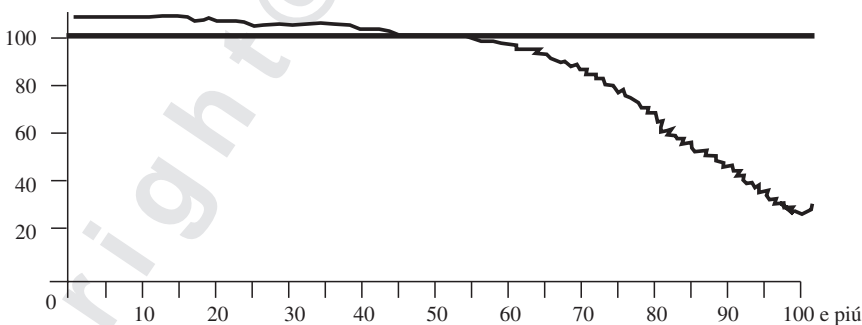


Figura 4.2 - Fonte: Censimento 2001 (ISTAT)

È evidente dal grafico che tali rapporti assumono valori superiori al 100% (ma decrescenti) fino all'età di 45 anni, successivamente, a causa dei fenomeni visti, decrescono, fino a raggiungere valori inferiori al 50% dagli 85 anni in poi.

ESEMPIO

La tabella seguente riporta la popolazione residente, per classi quinquennali d'età, in Piemonte (31 dicembre 2000) distinta per sesso

Classi d'età	Maschi	Femmine
0 - 4	84.588	89.467
5 - 9	83.301	87.750
10 - 14	82.522	87.756
15 - 19	89.616	94.510
20 - 24	112.596	118.941
25 - 29	151.827	161.366
30 - 34	167.589	176.921
35 - 39	167.591	174.402
40 - 44	150.449	155.064
45 - 49	144.291	145.197
50 - 54	158.051	156.462
55 - 59	134.996	130.221
60 - 64	151.864	142.810
65 - 69	139.712	121.729
70 - 74	132.075	102.447
75 - 79	114.108	73.579
80 - 84	58.669	30.885
85 - 89	54.754	23.532
90	29.094	8.999

Tabella 3 - *Fonte:* Regione Piemonte

Costruire la piramide delle età

Per costruire la piramide delle età della popolazione considerata ricorreremo ad un foglio di lavoro Excel delle cui applicazioni ci occuperemo diffusamente in Appendice.

Inseriamo i dati nelle celle dalla A1 alla C21.

Il tipo di grafico da utilizzare è quello a barre. Tuttavia, per ottenere i valori della popolazione maschile alla sinistra dell'asse verticale è necessario renderli negativi digitando nella cella F2 la scritta =-B2. A questo punto è possibile operare in maniera analoga per i restanti dati semplicemente trascinando, secondo le modalità di Excel, per le altre celle fino alla F21.

Pertanto, per tracciare il grafico si dovranno immettere le classi d'età nelle celle dalla E2 alla E21 e la popolazione femminile nelle celle dalla G2 alla G21.

Si deve procedere, quindi, con la creazione guidata del grafico:

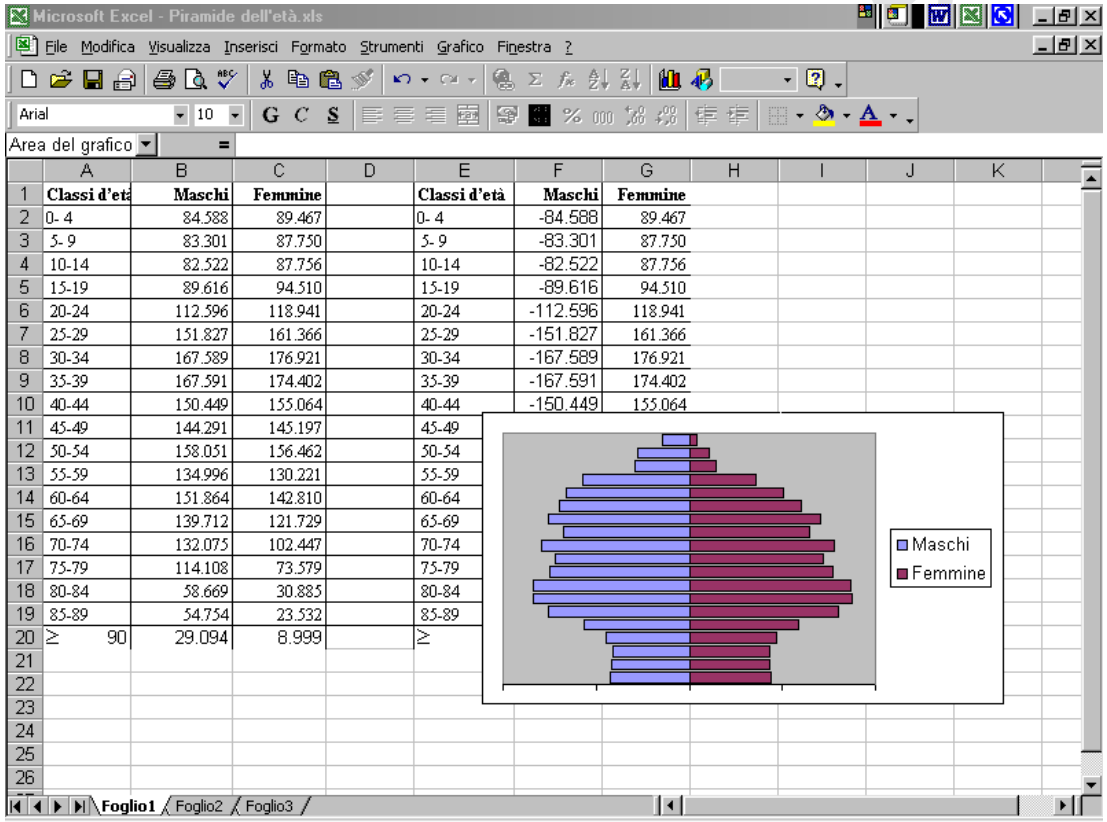
- selezionare tutte le celle in cui sono inseriti i dati;
- scegliere dal menu «Inserisci» la voce «Grafico»;
- in «Tipo di grafico» scegliere «Barre».

A questo punto, per accostare le barre si rende necessario selezionare una qualsiasi delle barre create e scegliere dal menu «Formato» «Dato selezionato». Dal menu «Opzioni» selezionare «Distanza tra le barre» e scrivere nella corrispondente casella: 10.

Per evitare che sull'asse orizzontale compaiano valori negativi selezionare l'asse e scegliere dal menu «Formato» «Asse selezionato» in corrispondenza della voce «Etichette di graduazione» la voce «Assenti».

Analoga cosa è possibile fare per l'asse verticale.

Il foglio di lavoro è il seguente:



4. ANALISI DELLA STRUTTURA PER STATO CIVILE

Una popolazione può essere analizzata in funzione di un'altra importante caratteristica strutturale: lo **stato civile**.

La composizione di una popolazione per stato civile merita un cenno in quanto da essa dipendono fenomeni quali la natalità (generalmente il numero di nati è funzione crescente del numero di matrimoni), la migratorietà (generalmente il numero di migrazioni è funzione decrescente del numero di matrimoni) etc.

Anche nell'analisi della struttura per stato civile si costruiscono **indici**, generalmente, rapporti di composizione, ottenuti dividendo la consistenza numerica di individui di un certo stato civile alla popolazione. Ovviamente, tali rapporti assumono maggiore significato se istituiti tra individui che hanno raggiunto l'età minima legale per il matrimonio.

La presentazione di tali indici esula, tuttavia, dagli obiettivi del presente testo.

5. I TASSI SPECIFICI. INTENSITÀ DELLA MORTALITÀ

Nel capitolo secondo abbiamo introdotto i tassi generici dei fenomeni demografici: natalità, emigratorietà, immigratorietà, mortalità.

In questo capitolo, dopo aver analizzato alcune caratteristiche strutturali di una popolazione, è possibile introdurre **tassi specifici** ossia tassi ottenuti rapportando la frequenza assoluta con cui si manifesta il fenomeno demografico in un dato periodo, limitata ad un dato aspetto strutturale, alla popolazione media interessata da quell'aspetto. In tal modo si misura l'intensità del fenomeno. Pertanto, se interessa investigare l'influenza esercitata dalla composizione per età della popolazione su un dato fenomeno, si rapporta il numero di individui aventi una data età o appartenenti ad una classe d'età e interessati dal fenomeno (ad esempio, la mortalità) alla popolazione media di quella età o classe d'età.

Siano M_x la frequenza assoluta dei morti di età x in un dato periodo e P_x la popolazione media di quella stessa età, allora il **tasso specifico di mortalità per età** è:

$$m_x = \frac{M_x}{P_x} \cdot 1.000 \quad x = 0, 1, 2, \dots, \omega - 1$$

dove ω è l'età estrema, ossia è possibile che un individuo che ha età x viva fino all'età $\omega - 1$, ma non fino all'età ω .

Oppure, siano $M_{x,x+\alpha}$ la frequenza assoluta dei morti appartenenti alla classe d'età $x, x + \alpha$ e $P_{x,x+\alpha}$ la popolazione media appartenente a quella classe d'età, allora il **tasso specifico di mortalità per classi d'età** è:

$$m_{x,x+\alpha} = \frac{M_{x,x+\alpha}}{P_{x,x+\alpha}} \cdot 1.000 \quad x = 0, 1, 2, \dots, \omega - \alpha - 1$$

Tali indici sono atti a misurare l'intensità della mortalità.

Analogamente si calcolano i tassi specifici relativi ad altri fenomeni demografici: natalità, immigratorietà, emigratorietà, ma anche fecondità, nuzialità etc. (degli stessi ci occuperemo diffusamente in seguito).

La **media aritmetica ponderata** dei tassi specifici di un dato fenomeno coincide con il tasso generico di quel fenomeno e ciascun tasso entra nel calcolo della media con un peso diverso.

Infatti, si consideri la serie dei tassi specifici di mortalità per età:

$$m_0, m_1, \dots, m_{\omega-1}$$

il prodotto di ciascuno di essi per il corrispondente ammontare della popolazione P_x , $x = 0, 1, 2, \dots, \omega - 1$ dà il numero di morti di quell'età; ossia:

$$M_x = m_x P_x \quad x = 0, 1, 2, \omega - 1$$

Il numero dei morti (M) è espresso, pertanto, dalla somma seguente:

$$M = \sum_{x=0}^{\omega-1} M_x$$

Pertanto, il **tasso di mortalità** é:

$$m = \frac{M}{P} \cdot 1.000 = \frac{\sum_{x=0}^{\omega-1} m_x P_x}{\sum_{x=0}^{\omega-1} P_x}$$

In modo analogo si ottengono i tassi generici concernenti altri fenomeni demografici.

Di seguito riportiamo il numero di morti nel nostro paese per stato civile e i tassi di mortalità per classi di età e sesso (anno 1998):

MASCHI

CLASSI DI ETÀ	Celibi e nubili	Coniugati(a)	Vedovi	Divorziati o già coniugati(b)	Non indicato	Totale	Tassi per 1.000 abitanti
0	1.524	—	—	—	—	1.524	5,56
1 - 4	255	—	—	—	—	255	0,23
5 - 9	202	—	—	—	—	202	0,14
10 - 14	308	—	—	—	—	308	0,21
15 - 19	1.063	2	—	—	6	1.071	0,65
20 - 24	1.919	66	5	—	27	2.017	0,98
25 - 29	1.832	376	2	7	47	2.264	0,98
30 - 34	1.661	947	12	30	38	2.688	1,11
35 - 39	1.315	1.529	25	70	52	2.991	1,38
40 - 44	1.122	2.275	37	150	45	3.629	1,86
45 - 49	1.167	3.889	65	201	54	5.376	2,84
50 - 54	1.476	6.588	188	236	74	8.562	4,74
55 - 59	1.970	10.883	395	299	95	13.642	7,96
60 - 64	2.722	16.882	1.090	273	136	21.103	13,38
65 - 69	3.484	25.609	2.469	400	182	32.144	22,61
70 - 74	4.072	33.738	5.337	388	251	43.786	37,26
75 - 79	3.439	33.481	8.068	309	267	45.564	58,56
80 - 84	2.854	26.746	11.490	197	255	41.542	99,67
85 - 89	2.565	21.035	16.751	137	240	40.728	158,11
90 e oltre	1.131	6.936	12.828	50	132	21.07	257,46
Totale	36.081	190.982	58.762	2.747	1.901	290.473	10,39

FEMMINE

CLASSI DI ETÀ	Celibi e nubili	Coniugati(a)	Vedovi	Divorziati o già coniugati(b)	Non indicato	Totale	Tassi per 1.000 abitanti
0	1.279	—	—	—	—	1.279	4,94
1 - 4	195	—	—	—	—	195	0,19
5 - 9	157	—	—	—	—	157	0,11
10 - 14	186	—	—	—	—	186	0,13
15 - 19	392	1	—	—	6	399	0,25
20 - 24	521	68	2	1	14	606	0,31
25 - 29	496	205	7	5	10	723	0,32
30 - 34	401	566	30	21	9	1.027	0,43
35 - 39	381	929	39	50	16	1.415	0,66
40 - 44	408	1.470	60	68	14	2.020	1,03
45 - 49	448	2.406	133	100	20	3.107	1,62
50 - 54	605	3.482	376	138	32	4.633	2,50
55 - 59	854	5.023	924	173	47	7.021	3,87
60 - 64	1.264	6.825	2.312	214	61	10.676	6,12
65 - 69	2.133	9.033	5.512	243	111	17.032	10,12
70 - 74	3.575	11.453	12.248	306	203	27.785	17,93
75 - 79	4.896	10.962	22.365	360	254	38.837	32,25
80 - 84	6.052	7.792	34.365	274	308	48.791	65,08
85 - 89	8.021	5.466	50.052	243	400	64.182	116,54
90 e oltre	6.906	1.655	44.703	113	310	53.687	230,21
Totale	39.170	67.336	173.128	2.309	1.815	283.758	9,58

(a) Compresi i separati legalmente.

(b) Per già coniugati si intendono le persone che hanno ottenuto lo scioglimento del matrimonio ai sensi della legge 1 dicembre 1970 n. 898.

Tabella 4 - Fonte: Annuario statistico italiano 2002 (ISTAT)

Dalla tabella si evince che, per tutte le classi di età, i tassi di mortalità della popolazione maschile sono più alti dei corrispondenti tassi della popolazione femminile. In termini relativi, la differenza più elevata si riscontra nella fascia d'età 20 - 29.

Anche l'influenza quantitativa dei decessi di uomini sulla popolazione maschile è stata maggiore della corrispondente incidenza dei decessi di donne sulla popolazione femminile. Considerando che la popolazione italiana al 31 dicembre 1999 ammontava a 57.679.955 unità, di cui 28.003.302 maschi e 29.676.653 femmine, tali influssi sono stati, rispettivamente, pari a:

$$\frac{290.473}{28.003.302} \cdot 1.000 = 10,37\% \qquad \frac{283.758}{29.676.653} \cdot 100 = 9,56\%$$

6. ELIMINAZIONE DEGLI EFFETTI DELLA STRUTTURA PER ETÀ

I tassi generici di fenomeni demografici di cui si è discussa la modalità di calcolo nel paragrafo precedente non possono essere utilizzati nei confronti tra fenomeni relativi a popolazioni diverse o, comunque, relativi alla medesima popolazione ma in anni diversi, in quanto strettamente influenzati dalla struttura per età della popolazione.

A tal fine la demografia appronta metodi per eliminare gli effetti delle differenze di struttura per età nel confronto di tali tassi; tra questi si presentano particolarmente interessanti sia il *metodo della popolazione tipo* sia il *metodo dei coefficienti tipo*.

A) Metodo della popolazione tipo

Il **metodo della popolazione tipo**, approntato per rendere comparabili gli indicatori demografici di popolazioni diverse, consiste nella cosiddetta **standardizzazione diretta** dei tassi generici ottenuta applicando ai tassi specifici dei fenomeni una struttura per età identica detta, appunto, della *popolazione tipo*. Si assumono, dunque, nell'espressione analitica dei tassi generici, i tassi specifici relativi al fenomeno demografico d'interesse e come pesi la consistenza numerica alle varie età (o classi di età) di un'unica popolazione, che può essere una di quelle poste a confronto o una popolazione diversa da queste ultime.

Se si considera la mortalità, allora i tassi generici usati per confrontare il livello del fenomeno tra s popolazioni, sono del tipo:

$$\bar{m}^i = \frac{\sum_{x=0}^{\omega-1} m_x^i P_x^T}{\sum_{x=0}^{\omega-1} P_x^T} \quad i = 1, 2, \dots, s$$

dove m_x^i sono i tassi specifici di mortalità per età della popolazione i -esima, mentre P_x^T sono i pesi da attribuire a tali tassi e sono dati dalla medesima struttura per età della popolazione scelta.

Anche questo modo di confrontare i tassi presenta, tuttavia, il limite di essere influenzato dalla struttura per età della popolazione scelta.

B) Metodo dei tassi tipo

Talvolta, nell'operare i confronti tra fenomeni demografici di due popolazioni, si dispone della distribuzione per età della popolazione e della frequenza assoluta con cui si manifestano tali fenomeni nella popolazione ma non della corrispondente distribuzione per età; pertanto, non può essere effettuato il confronto dei tassi generici mediante la sintesi operata tramite i tassi specifici.

A tal fine si ricorre alla cosiddetta **standardizzazione indiretta** attraverso il **metodo dei tassi tipo**.

Per applicare il metodo, in relazione ad un dato fenomeno, è necessario conoscere, di una data popolazione — che può essere una popolazione diversa da quelle da confrontare o una di esse — il tasso generico del fenomeno e i corrispondenti tassi specifici per età assunti come *tassi tipo*. La procedura da seguire, per ciascuna popolazione posta a confronto, è la seguente:

- si calcola la *frequenza teorica* di individui investiti dal fenomeno ottenuta ipotizzando che ciascuno di essi sia caratterizzato da livelli del fenomeno sintetizzati dai tassi tipo;
- si rapporta tale frequenza teorica alla consistenza numerica della popolazione ottenendo un *tasso teorico* del fenomeno;
- dal rapporto tra ciascun tasso teorico e il tasso generico della popolazione di cui siano noti i tassi specifici si misura l'incidenza della struttura per età delle popolazioni a confronto sul proprio tasso generico;
- per standardizzare il tasso generico del fenomeno lo si divide per tale rapporto.

Per chiarire il metodo illustriamo la procedura in relazione al livello di mortalità di s popolazioni di cui siano noti i tassi generici di mortalità m^i , $i = 1, 2, \dots, s$.

Si sceglie una popolazione di cui siano noti sia il tasso generico di mortalità m^T sia i tassi specifici di mortalità per età m_x^T , $x = 0, 1, 2, \dots, \omega - 1$. Il numero teorico di morti, per la popolazione i – esima, è fornito dalla seguente espressione analitica:

$$\hat{M}^i = \sum_{x=0}^{\omega-1} \frac{m_x^T}{1.000} P_x^i \quad i = 1, 2, \dots, s$$

ossia, dalla somma dei prodotti di tali tassi tipo (espressi in millesimi) per la consistenza media della popolazione.

Il valore teorico del tasso di mortalità per la popolazione i – esima è:

$$\hat{m}^i = \frac{1.000 \hat{M}^i}{P^i} \quad i = 1, 2, \dots, s$$

Per standardizzare il tasso di mortalità della popolazione lo si divide per il rapporto $\frac{\hat{m}^i}{m^T}$ e, ripetendo la procedura per ciascuna della s popolazioni, si ottengono gli s tassi paragonabili:

$$\bar{\bar{m}}^i = \frac{m^i}{\hat{m}^i / m^T} = m^T \frac{m^i}{\hat{m}^i} \quad i = 1, 2, \dots, s$$

ESEMPIO

La tabella seguente riporta, rispettivamente, la popolazione residente e il numero di morti nei comuni di Modena, di Carpi e nell'intera provincia di Modena, per classi quinquennali d'età (anno 2001).

Classi d'età	Popolazione residente (Modena)	Popolazione residente (Carpi)	Popolazione residente (Provincia di Modena)	Morti (Modena)	Morti (Carpi)	Morti (Provincia di Modena)
0 - 4	7.653	2.694	28.825	11	2	24
5 - 9	7.118	2.423	26.839	0	0	1
10 - 14	6.873	2.390	26.166	1	0	6
15 - 19	6.478	2.374	25.791	2	0	7
20 - 24	8.465	3.041	32.862	1	4	13
25 - 29	13.205	4.839	48.669	7	2	27
30 - 34	14.929	5.229	54.080	9	7	31
35 - 39	14.981	5.251	54.249	10	0	40
40 - 44	12.922	4.486	47.603	15	2	71
45 - 49	12.001	4.142	42.868	16	3	70
50 - 54	12.412	4.573	43.881	35	19	142
55 - 59	11.344	4.125	38.317	48	13	165
60 - 64	11.462	4.082	39.116	89	28	302
65 - 69	10.209	3.633	35.491	113	35	404
70 - 74	9.284	3.095	32.536	194	62	693
75 - 79	8.579	2.692	28.447	306	90	1.023
80 - 84	5.181	1.630	16.785	297	91	985
85 - 89	3.306	1.082	11.341	367	117	1.239
90 - 94	1.383	437	4.573	249	94	878
95 - 99	210	61	801	65	34	259
100...	18	9	75	11	8	49
Totale	178.013	62.288	639.315	1.846	611	6.429

Tabella 5 - Fonte: Anagrafe comunale - Servizio Statistico della Provincia di Modena - Elaborazioni su dati dell'anagrafe

Calcolare i tassi specifici di mortalità per il comune di Modena e per il comune di Carpi.

Stabilire il più alto livello di mortalità tra il comune di Modena e il comune di Carpi utilizzando i dati sulla popolazione dell'intera provincia di Modena per applicare:

- a) il metodo della popolazione tipo;
- b) il metodo dei tassi tipo.

I tassi specifici di mortalità per i comuni di Modena e di Carpi si rilevano dallo schema seguente in cui:

- $M_{x,x+\alpha}^M$ e $M_{x,x+\alpha}^C$ indicano i morti per classi d'età per il comune di Modena e di Carpi;
- $P_{x,x+\alpha}^M$ e $P_{x,x+\alpha}^C$ indicano la popolazione a fine anno per classi d'età per il comune di Modena e di Carpi.

$x, x + \alpha$	$m_{x,x+\alpha}^M = \frac{M_{x,x+\alpha}^M}{P_{x,x+\alpha}^M} \cdot 1.000$	$m_{x,x+\alpha}^C = \frac{M_{x,x+\alpha}^C}{P_{x,x+\alpha}^C} \cdot 1.000$
0 - 4	1,437	0,742
5 - 9	0,000	0,000
10 - 14	0,145	0,000
15 - 19	0,309	0,000
20 - 24	0,118	1,315
25 - 29	0,530	0,413
30 - 34	0,603	1,339
35 - 39	0,668	0,000
40 - 44	1,161	0,446
45 - 49	1,333	0,724
50 - 54	2,820	4,155
55 - 59	4,231	3,152
60 - 64	7,765	6,859
65 - 69	11,069	9,634
70 - 74	20,896	20,032
75 - 79	35,668	33,432
80 - 84	57,325	55,828
85 - 89	111,010	108,133
90 - 94	180,043	215,103
95 - 99	309,524	557,377
100...	611,111	888,889

Schema 4

A questo punto calcoliamo i tassi generici di mortalità per le popolazioni di Modena e di Carpi, utilizzando la formula:

$$m = \frac{M}{P} \cdot 1.000 = \frac{\sum_{x=0}^{\omega-1} m_x P_x}{\sum_{x=0}^{\omega-1} P_x}$$

Dunque, i tassi generici si possono ottenere semplicemente rapportando il numero dei morti alla consistenza numerica della popolazione e moltiplicando per 1.000, oppure servendoci dei tassi specifici appena calcolati. Il metodo più semplice è il primo.

Pertanto, i tassi generici di mortalità per i comuni di Modena e di Carpi sono, rispettivamente:

$$m^M = \frac{1.846}{178.013} \cdot 1000 = 10,370\% \text{ e } m^C = \frac{611}{62.288} \cdot 1000 = 9,809\%$$

È evidente che, confrontando i due tassi, la mortalità del comune di Modena è più alta di quella del comune di Carpi. Rapportando la differenza assoluta tra i due tassi al tasso del comune di Carpi, e moltiplicando per 100, si rileva che la differenza percentuale è pari a:

$$\frac{m^M - m^C}{m^C} \cdot 100 = \frac{10,370 - 9,809}{9,809} \cdot 100 = 5,719\%$$

Tuttavia, al fine di un confronto che tenga conto della diversa composizione per età delle due popolazioni, applichiamo i metodi di standardizzazione dei tassi generici esposti.

- a) Il metodo della popolazione tipo presuppone la conoscenza dei tassi specifici di mortalità delle popolazioni poste a confronto, dunque, sulla base di tali tassi, si procede alla standardizzazione dei tassi generici utilizzando la struttura della popolazione tipo (nel nostro caso l'intera provincia di Modena).

Disponendo di dati per popolazione e numero di morti per classi d'età, i tassi standardizzati, paragonabili tra loro, si ottengono applicando la formula seguente:

$$\bar{m}^i = \frac{\sum_{x=0}^{\omega-1} m_{x,x+\alpha}^i P_{x,x+\alpha}^T}{\sum_{x=0}^{\omega-1} P_{x,x+\alpha}^T}$$

in cui $m_{x,x+\alpha}^i$ sono i tassi specifici di mortalità che si desumono dallo schema 4, mentre $P_{x,x+\alpha}^T$ è la popolazione per classi di età della provincia di Modena. Pertanto, entrambi i tassi si evincono dallo schema seguente:

$x, x + \alpha$	$m_{x,x+\alpha}^M P_{x,x+\alpha}^T$	$m_{x,x+\alpha}^C P_{x,x+\alpha}^T$
0 - 4	41.421,525	21.388,150
5 - 9	0,000	0,000
10 - 14	3.794,070	0,000
15 - 19	7.969,419	0,000
20 - 24	3.877,716	43.213,530
25 - 29	25.794,570	20.100,297
30 - 34	32.610,240	72.413,120
35 - 39	36.238,332	0,000
40 - 44	55.267,083	21.230,938
45 - 49	57.143,044	31.036,432
50 - 54	123.744,420	182.325,555
55 - 59	162.119,227	120.775,184
60 - 64	303.735,740	268.296,644
65 - 69	392.849,879	341.920,294
70 - 74	679.872,256	651.761,152
75 - 79	1.014.647,596	951.040,104
80 - 84	962.200,125	937.072,980
85 - 89	1.258.964,410	1.226.336,353
90 - 94	823.336,639	983.666,019
95 - 99	247.928,724	446.458,977
100...	45.833,325	66.666,675
Totale	6.279.348,340	6.385.702,404

da cui:

$$\bar{m}^M = \frac{6.279.348,340}{639.315} = 9,822 \text{ e } \bar{m}^C = \frac{6.385.702,404}{639.315} = 9,988$$

I tassi standardizzati danno luogo ad una conclusione opposta alla precedente: il comune a più alta mortalità è Carpi.

Ipotizzando, per le due popolazioni, una struttura per età comune e coincidente con quella dell'intera provincia di Modena, allora, il rapporto tra la differenza (in valore assoluto) tra i due tassi e il tasso standardizzato di Carpi evidenzia che la mortalità di Modena è minore della mortalità di Carpi nella misura seguente:

$$\frac{|\bar{m}^M - \bar{m}^C|}{-\bar{m}^C} \cdot 100 = \frac{|9,822 - 9,988|}{9,988} \cdot 100 = 1,662\%$$

- b) Il metodo dei tassi tipo trova utile applicazione allorché non si conosca la distribuzione per età del fenomeno investigato tra i componenti la popolazione e, dunque, non siano calcolabili i tassi specifici, ma siano noti quelli di una popolazione scelta a priori.

Siano $M_{x,x+\alpha}^T$ i morti per classi di età dell'intera provincia di Modena, dallo schema seguente si desumono i tassi specifici (assunti come tassi tipo) della stessa:

$x, x + \alpha$	$m_{x,x+\alpha}^T = \frac{M_{x,x+\alpha}^T}{P_{x,x+\alpha}^T} \cdot 1.000$
0 - 4	0,833
5 - 9	0,037
10 - 14	0,229
15 - 19	0,271
20 - 24	0,396
25 - 29	0,555
30 - 34	0,573
35 - 39	0,737
40 - 44	1,492
45 - 49	1,633
50 - 54	3,236
55 - 59	4,306
60 - 64	7,721
65 - 69	11,383
70 - 74	21,299
75 - 79	35,962
80 - 84	58,683
85 - 89	109,250
90 - 94	191,997
95 - 99	323,346
100...	653,333

Il tasso generico di mortalità della provincia di Modena si ottiene rapportando il numero di morti della stessa al corrispondente ammontare della popolazione ed esprimendo il rapporto in millesimi:

$$m^T = \frac{6.429}{639.315} \cdot 1000 = 10,056\%$$

Per calcolare i valori teorici dei tassi di mortalità per i comuni di Modena e di Carpi è necessario calcolare dapprima il numero teorico di morti che, per ciascuna popolazione, si ottiene applicando la formula:

$$\hat{M}^i = \sum_{x=0}^{\omega-1} \frac{m^T_{x,x+\alpha}}{1.000} P^i_{x,x+\alpha}$$

Tale numero si desume dallo schema seguente:

$x, x + \alpha$	$\hat{M}^M = \frac{m^T_{x,x+\alpha} P^M_{x,x+\alpha}}{1.000}$	$\hat{M}^C = \frac{m^T_{x,x+\alpha} P^C_{x,x+\alpha}}{1.000}$
0 - 4	6,375	2,244
5 - 9	0,263	0,090
10 - 14	1,574	0,547
15 - 19	1,756	0,643
20 - 24	3,352	1,204
25 - 29	7,329	2,686
30 - 34	8,554	2,996
35 - 39	11,041	3,870
40 - 44	19,280	6,693
45 - 49	19,598	6,764
50 - 54	40,165	14,798
55 - 59	48,847	17,762
60 - 64	88,498	31,517
65 - 69	116,209	41,354
70 - 74	197,740	65,920
75 - 79	308,518	96,810
80 - 84	304,037	95,653
85 - 89	361,181	118,209
90 - 94	265,532	83,903
95 - 99	67,903	19,724
100...	11,760	5,880
Totale	1.889,510	619,268

Schema 7

I valori teorici dei tassi di mortalità per i comuni di Modena e di Carpi, rispettivamente, sono:

$$\hat{m}^M = \frac{1.000 \cdot 1.889,510}{178.013} = 10,614\% \text{ e } \hat{m}^C = \frac{1.000 \cdot 619,268}{62.288} = 9,942\%$$

Disponendo dei tassi generici di mortalità per entrambi i comuni, i corrispondenti tassi standardizzati sono:

$$\overline{m}^M = 10,056 \cdot \frac{10,370}{10,614} = 9,825 \quad \text{e} \quad \overline{m}^C = 10,056 \cdot \frac{9,809}{9,942} = 9,921$$

Anche per il metodo dei tassi tipo il comune a più alta mortalità è Carpi.

7. LA TRANSIZIONE DEMOGRAFICA

Dopo aver esaminato il fenomeno dell'incremento demografico e la struttura per età e per sesso di una popolazione, riteniamo indispensabile occuparci di un processo che caratterizza, o che ha caratterizzato, le popolazioni nel tempo: la **transizione demografica**.

Letteralmente, tale processo può essere indicato anche con l'espressione di **modello di cambiamento della popolazione**, in quanto illustra l'evoluzione di lungo periodo di una popolazione che si estrinseca, di solito, attraverso una serie di regole, e perciò è schematizzabile in diversi stadi.

Non a caso il modello di transizione demografica è stato posto in questo capitolo in quanto, mostrando l'incidenza della natalità e della mortalità sull'andamento della popolazione, analoghe informazioni sono fornite da una piramide delle età.

In questo lavoro illustreremo 4 stadi attraverso cui, generalmente, tale modello si estrinseca; ovviamente la transizione demografica può essere più o meno lunga.

Per svolgere tale tipo di analisi ci serviremo dell'ausilio della figura seguente in cui sull'asse delle ascisse sono riportati i tempi e su quello delle ordinate i tassi di natalità e di mortalità relativi a quei tempi:

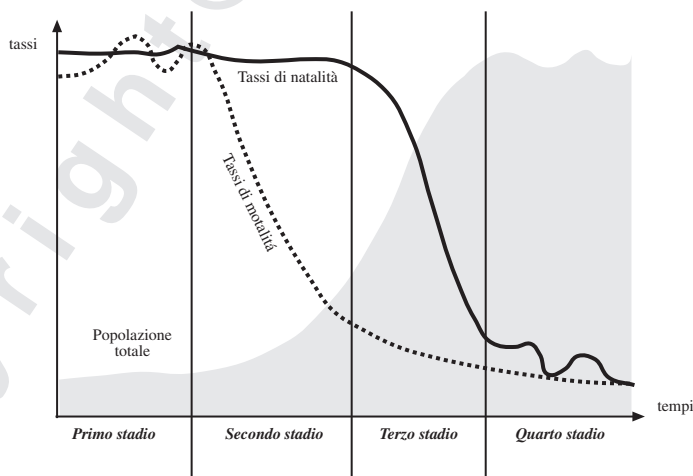


Figura 4.3

La distanza tra le due linee della natalità e della mortalità costituisce il **saldo naturale**. A seconda che la linea dei tassi di natalità presenta ordinate più alte o più basse rispetto alla corrispondente linea dei tassi di mortalità, tale distanza rappresenta l'**incremento naturale** o il **decremento naturale**.

A) Primo stadio

Questo primo stadio è caratterizzato da un sostanziale equilibrio tra natalità e mortalità ad alti livelli.

Graficamente, ciò si traduce nella prossimità o, talvolta, nell'intersezione delle due linee di natalità e mortalità nella prima parte del grafico.

In termini numerici, invece, ciò si traduce in una bassa crescita della popolazione, contrassegnata da una struttura per età giovane.

Gli alti tassi di natalità, in questo stadio, sono dovuti:

- al carente o pressoché inesistente controllo delle nascite; questa fase è definita con l'espressione di **demografia naturale**;
- alla necessità di reperire manodopera nelle aziende agricole; esigenza pressante in quanto a causa degli alti tassi di mortalità le famiglie necessitano di bambini per assicurarsi la sopravvivenza per l'avvenire;
- alla convinzione, in diverse culture, che i bambini siano un segno di virilità.

Gli alti tassi di mortalità sono dovuti, invece:

- alle epidemie propaganti;
- alle carestie;
- alla scarsa igiene.
- etc.

B) Secondo stadio

In questo stadio, che coincide con l'**inizio della transizione demografica**, esiste un forte squilibrio tra nascite e morti, infatti, permangono alti i tassi di natalità, mentre i tassi di mortalità, soprattutto quelli infantili, decrescono provocando un incremento della popolazione.

Il declino dei tassi di mortalità è attribuito, generalmente:

- ai progressi nella medicina, principalmente nell'igiene pubblica;
- al miglioramento della qualità dell'alimentazione.

C) Terzo stadio

In questo stadio i paesi sperimentano enormi **cambiamenti nell'andamento della popolazione**, nel senso di un declino sia dei tassi di natalità sia dei tassi di mortalità. La consistenza numerica della popolazione raggiunge un massimo, mentre l'incremento naturale inizia a rallentare.

Il declino dei tassi di natalità in questo stadio si attribuisce generalmente ad un cambiamento nell'apprezzamento dell'opportunità di avere figli.

D) Quarto stadio

In questo stadio, in cui termina il vero e proprio processo di transizione, si ripristina l'equilibrio, ma a bassi livelli, tra tassi di natalità e di mortalità, e si attua il passaggio dalla demografia naturale alla cosiddetta **demografia controllata**.

Addirittura, alcuni paesi dell'Europa stanno attraversando una fase in cui la popolazione sta diminuendo a causa della caduta dei tassi di natalità al di sotto dei tassi di mortalità. Tra tali paesi si deve annoverare la Germania che ha dovuto far ricorso a stranieri per la pressante crescita di domanda di lavoro.

Nella figura riportata si è rappresentata, altresì, l'evoluzione della popolazione attraverso una curva logistica che descrive, appunto, come la popolazione si accresce lentamente all'inizio, poi con notevole rapidità ed infine tende a stabilizzarsi su un valore pressoché costante. Questo valore esprime la consistenza massima compatibile con determinate condizioni ambientali.

Il grafico seguente illustra come il processo di transizione demografica del nostro paese nel periodo storico dal 1870 al 1980 rispecchi la situazione appena descritta:

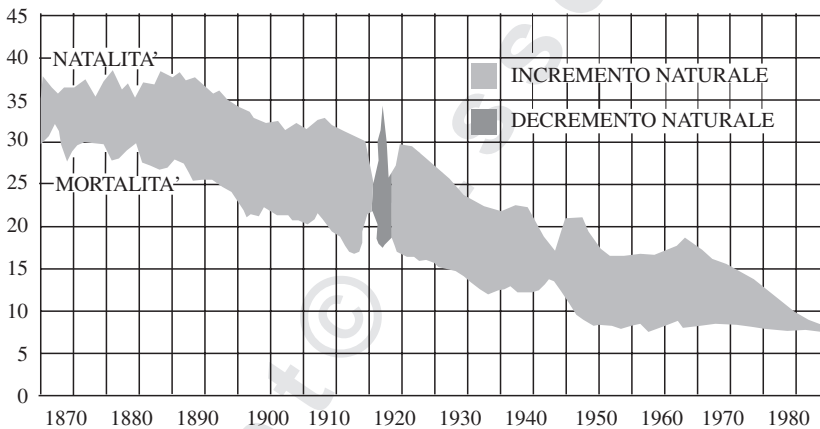


Figura 4.4

A questo punto è possibile stabilire differenze e analogie tra il modello di transizione demografica e la piramide delle età che mostra le medesime informazioni del primo. Le stesse sono riportate nella tabella seguente.

Piramide delle età	Modello di transizione demografica
<p>È un grafico a barre</p> <p>La consistenza numerica di una popolazione è rappresentata dall'area totale del grafico</p> <p>Illustra la maggior parte delle informazioni su una popolazione a ciascuno stadio: la consistenza numerica a ciascuna età e sesso allo stesso tempo</p> <p>Illustra la relazione tra tassi di natalità e di mortalità e come questi influiscono sulla popolazione attraverso la forma del diagramma</p> <p>Sono necessari tanti diagrammi quanti sono gli stadi del processo di transizione</p> <p>Illustra la struttura per sesso di una popolazione</p>	<p>È un grafico a linee</p> <p>La consistenza numerica di una popolazione è rappresentata da una linea separata</p> <p>Illustra informazioni su una popolazione in diversi stadi</p> <p>Illustra la relazione tra tassi di natalità e di mortalità e come questi influiscono sull'andamento della popolazione</p> <p>Un solo diagramma è sufficiente per illustrare tutti gli stadi del processo di transizione</p> <p>Non illustra la struttura per sesso di una popolazione</p>

ANALISI DELLA MORTALITÀ. LA TAVOLA DI MORTALITÀ

SOMMARIO: 1. Introduzione. - 2. La probabilità di morte. - 3. Gli elementi di una tavola di mortalità. - 4. Relazione tra probabilità di morte e tasso specifico di mortalità. - 5. La tavola di mortalità abbreviata. - 6. Analisi della mortalità infantile.

1. INTRODUZIONE

Il fenomeno della **mortalità** può essere analizzato costruendo misure di intensità (i tassi già esaminati nei capitoli precedenti) o misure di cadenza (età media, mediana o modale alla morte).

L'analisi della distribuzione per sesso e per età della mortalità non può essere condotta utilizzando semplicemente i tassi di mortalità, generici e specifici, o standardizzati, visti, in quanto questi, se da un lato consentono considerazioni degne d'attenzione sul fenomeno, dall'altro si dimostrano carenti perché al denominatore di tali tassi figura una popolazione eterogenea. È ovvio che il fenomeno, non solo è strettamente legato all'età della popolazione, ma dalle statistiche sui decessi si evince una sostanziale difformità sui dati relativi alla popolazione maschile e femminile.

Pertanto, sono stati inseriti due fattori di differenziazione nella manifestazione del fenomeno: il sesso e l'età. Lo strumento fondamentale di cui si serve l'analisi demografica è indubbiamente la **tavola di mortalità**.

Nell'analisi demografica, una tavola riporta i dati relativi alla distribuzione di un fenomeno non rinnovabile. Esistono numerosi esempi di tavole per fenomeni demografici: prime nozze, nascita di un primogenito, mortalità etc.

Tali tavole sono denominate **tavole di eliminazione** e riportano, quindi, dati sul numero di individui appartenenti ad una data generazione che da una data condizione — celibe, senza prole, vivo — passano ad un'altra irreversibile — coniugato, con prole, morto.

La tavola di mortalità descrive il **processo di eliminazione per morte** che una generazione può subire nel tempo, supponendo che le condizioni di mortalità restino uguali a quelle accertate nel periodo assunto come base della tavola; si assume, inoltre, che la popolazione descritta dalla tavola sia chiusa a nuovi ingressi e che l'unica causa di uscita sia la morte.

In una tavola di mortalità figurano i valori di alcune **funzioni biometriche** in grado di fornire informazioni sulla progressiva estinzione della collettività considerata (delle stesse ci occuperemo nel corso del par. 3).

La tavola di mortalità può essere:

- **per generazioni**, per cui si segue una generazione nel tempo; tale procedimento è detto **longitudinale** e richiede un periodo di osservazione che va oltre i 100 anni;
- **per contemporanei** o **tavola del momento**, per cui si seguono i contemporanei alle diverse età; tale procedimento è detto **trasversale** e consente di esprimere la mortalità di una **generazione fittizia** caratterizzata dagli avvenimenti cui sono esposti, nel periodo di osservazione, generazioni reali diverse.

L'età x è espressa in **anni compiuti**, ossia è l'età all'istante del compleanno, e va dall'età minima 0 all'età massima $\omega - 1$. Nessun individuo sopravvive all'età ω .

2. LA PROBABILITÀ DI MORTE

Considerare la **probabilità di morte** quale indicatore della mortalità piuttosto che il tasso specifico di mortalità per età:

$$m_x = \frac{M_x}{P_x} \cdot 1.000 \quad x = 0, 1, 2, \dots, \omega - 1$$

risponde ad un'esigenza di maggiore precisione nella scelta della giusta espressione analitica.

La definizione di probabilità di morte che si riscontra in una tavola si basa sulla *teoria frequentista della probabilità* la quale stabilisce una relazione tra il concetto di frequenza e quello di probabilità.

In questo ambito la probabilità di un evento si definisce ricorrendo alla *legge empirica del caso* per la quale, effettuando un gran numero di prove nelle medesime condizioni, il valore della frequenza si approssima al valore della probabilità, e l'approssimazione migliora al crescere del numero delle prove.

In questo volume opereremo una distinzione nell'espressione analitica della probabilità di morte a seconda che si conoscano o meno i dati sui movimenti migratori distinti per età.

A) La probabilità di morte in assenza di dati sui movimenti migratori

Per determinare la probabilità di morte ci serviremo dell'ausilio del diagramma di Lexis.

Si voglia calcolare, relativamente al biennio $(t, t + 1)$, la probabilità di morte di un individuo di età x , ossia la probabilità che muoia prima del compleanno successivo $x + 1$.

Considerando le notazioni introdotte per il diagramma di Lexis, nella figura seguente la probabilità suddetta è rappresentata da:

$$q_x = \frac{ACFD}{AD}$$

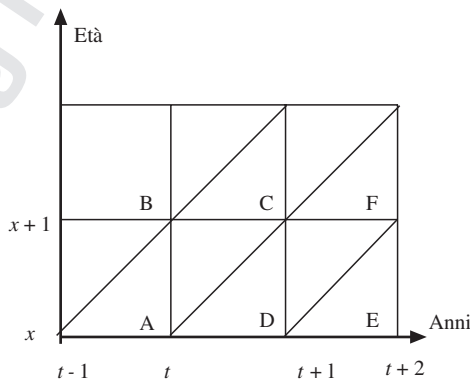


Figura 5.1

Il parallelogramma $ACFD$ definisce l'insieme degli individui che compiono x anni nell'anno t (sono gli individui nati nell'anno $t - x$) e che non sopravvivono al 31 dicembre dell'anno $t + 1$; essi muoiono, in parte, nell'anno t (graficamente, ciò è espresso dal triangolo ACD) e, in parte, nell'anno $t + 1$ (graficamente, ciò è espresso dal triangolo CDF).

Il segmento AD definisce l'insieme degli individui che sopravvivono all' x - esimo compleanno il 31 dicembre dell'anno t . Esso è dato da:

$$AD = CD + ACD$$

ossia, dalla somma della popolazione di x anni al 31 dicembre dell'anno t (CD) e degli individui di x anni che non sopravvivono a tale data (ACD).

La probabilità di morte è, dunque:

$$q_x = \frac{ACD + CDF}{CD + ACD} \quad (2.1)$$

Siano:

- M_x^t gli individui di età x morti nell'anno t ;
 - M_x^{t+1} gli individui di età x morti nell'anno $t + 1$;
 - $P_x^{31-12-t}$ la popolazione di età x al 31 dicembre dell'anno t ;
- si ha che, la probabilità di morte è:

$$q_x = \frac{M_x^t + M_x^{t+1}}{P_x^{31-12-t} + M_x^t} \cdot 1.000 \quad (2.2)$$

Si tratta di un rapporto di composizione (o di parte al tutto) in quanto al numeratore figurano i morti tra le età x e $x + 1$, mentre al denominatore figurano coloro che sono esposti al rischio di morte, ossia coloro che nel corso dell'anno t compiono l' x - esimo compleanno.

Il metodo presenta il limite di non essere applicabile se non si conosce l'anno di nascita degli individui citati ma solo la distribuzione per età di tali individui e l'anno in cui si è verificato l'evento.

Graficamente, conoscere l'anno di nascita di tali individui equivale a conoscere le linee di vita definite nei triangoli che compaiono nel diagramma di Lexis. Infatti, si è visto che i triangoli ACD e CDF identificano, entrambi, individui nati nell'anno $t - x$. Analogamente, il triangolo DFE identifica gli individui nati nell'anno $[(t + 1) - x]$.

Nella realtà i dati di cui si dispone sono quelli relativi ai corrispondenti quadrati del diagramma. Infatti, il quadrato $ABCD$ definisce i morti di x anni durante il corso dell'anno t di cui una parte (ABC) è nata nell'anno $[(t - 1) - x]$, mentre l'altra parte (ACD) è nata nell'anno $t - x$.

In tale situazione si assume l'ipotesi che i morti si equidistribuiscono tra le generazioni di origine; e, sulla base di tale ipotesi, la probabilità di morte diviene:

$$q_x = \frac{ACFD}{CD + \frac{1}{2}ACFD} \quad (2.3)$$

ESEMPIO

La tabella seguente riporta i morti di 70 anni nel 2000 e nel 2001, di un dato paese per generazione di appartenenza:

Anni	Generazione	Morti
2000	1930	125
	1929	111
2001	1931	112
	1930	117

Tabella 1

Sapendo che gli individui di 70 anni al primo gennaio 2001 ammontavano a 7.562:

- riportare sul diagramma di Lexis i dati relativi a tale popolazione;
 - calcolare la probabilità di morte tra il 70° e il 71° compleanno per il biennio 2000 – 2001.
- a) Costruiamo il diagramma di Lexis. Sull'asse delle ascisse di un sistema di riferimento cartesiano si riportano gli anni dal 1° gennaio 1999, mentre su quello delle ordinate le età da 70 anni in poi.

Il grafico ottenuto è il seguente:

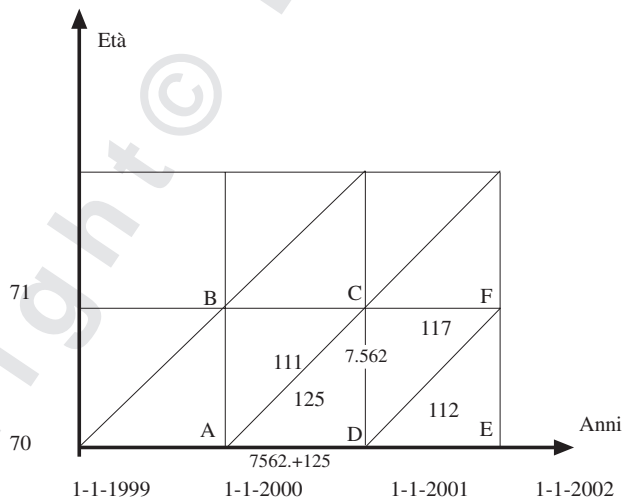


Figura 5.2

Dallo stesso si evince che:

- il triangolo *ABC* definisce i morti di 70 anni nel 2000 appartenenti alla generazione 1929, e che sono di ammontare pari a 111;

- il triangolo ACD definisce i morti di 70 anni nel 2000 appartenenti alla generazione 1930, e che sono di ammontare pari a 125;
 - il segmento CD definisce gli individui di 70 anni nel 2000 al primo gennaio 2001, e che sono di ammontare pari a 7.562;
 - il segmento AD definisce i sopravvissuti al settantesimo compleanno nel 2000, dati dalla somma degli individui di 70 anni al primo gennaio 2001 e dei decessi tra i 70 e i 71 anni verificatisi nel corso del 2000, e che sono pari a $7.562 + 125$;
 - il triangolo CDF definisce i morti di 70 anni nel 2001 appartenenti alla generazione 1941, e che sono di ammontare pari a 117;
 - il triangolo DEF definisce i morti di 70 anni nel 2001 appartenenti alla generazione 1940, e che sono di ammontare pari a 112.
- b) La probabilità di morte (q_{70}) per il biennio 2000 – 2001 si ottiene applicando al diagramma di Lexis appena ottenuto la formula:

$$q_{70} = \frac{ACD + CDF}{CD + ACD}$$

in cui il triangolo ACD è dato dal numero di morti tra 70 e 71 anni verificatisi nel 2000 (125), mentre il triangolo CDF è dato dallo stesso numero di morti verificatisi nel 2001 (117). Il segmento CD rappresenta la popolazione di età compresa tra 70 e 71 anni al primo gennaio 2001 (dunque compresa nel biennio 2000 – 2001) ed è pari a 7.562 unità, ad essa si deve aggiungere il numero di decessi di settantenni avvenuti nel 2000 (125 appunto).

Pertanto, la probabilità di morte richiesta è pari a:

$$q_{70} = \frac{125 + 117}{7.562 + 125} \cdot 1.000 = 0,03148 \cdot 1.000 = 31,48\%$$

B) La probabilità di morte in presenza di dati sui movimenti migratori

L'ipotesi introdotta di una popolazione non aperta a movimenti migratori non è realistica. Nella pratica, nel calcolare la probabilità di morte q_x , per conteggiare gli individui esposti al rischio si deve considerare altresì il **saldo migratorio** relativo ad ogni età o fascia d'età, ossia la differenza tra immigrati di età x ed emigrati di età x . Supponendo che le immigrazioni e le emigrazioni si equidistribuiscono nel corso dell'anno, la formula (2.2) diviene:

$$q_x = \frac{M_x^t + M_x^{t+1}}{P_x^{31-12-t} + M_x^t + (I_x^t - E_x^t) - \frac{(I_x^{t+1} - E_x^{t+1})}{2}} \cdot 1.000 \quad (2.4)$$

in cui I_x^t e I_x^{t+1} sono gli immigrati di età x negli anni t e $t + 1$, rispettivamente, mentre E_x^t e E_x^{t+1} sono gli emigrati di età x negli anni t e $t + 1$.

3. GLI ELEMENTI DI UNA TAVOLA DI MORTALITÀ

Note le probabilità di morte q_x , in questo paragrafo esamineremo le altre funzioni biometriche che compaiono in una tavola di mortalità.

A) Sopravvivenenti all'età x

La tavola di mortalità parte da individui di età 0 che appartengono alla medesima generazione. Indicati con l_0 (l dall'inglese *living* = viventi), tali individui, numericamente sono pari a 10^k , che è la radice della tavola, che in genere è pari a 100.000. Ogni anno si eliminano dalla tavola i componenti secondo la probabilità di morte q_x .

La funzione che ad ogni x intero associa l_x è detta **funzione di sopravvivenza**, e rappresenta il numero di persone provenienti dall'ipotetico insieme iniziale di 100.000 nati vivi, che sopravvivono all'età precisa x .

I sopravvivenenti nell'intera tavola si ottengono, dal contingente iniziale l_0 , nel modo seguente:

— i sopravvivenenti all'età 1 (l_1) si ottengono sottraendo a l_0 il prodotto tra l_0 e la probabilità q_0 che un individuo di età 0 ha di morire entro il primo compleanno; ossia:

$$l_1 = l_0 - l_0 q_0 = l_0(1 - q_0)$$

— i sopravvivenenti all'età 2 (l_2) si ottengono sottraendo a l_1 il prodotto tra l_1 e la probabilità q_1 che un individuo di età 1 ha di morire entro il secondo compleanno; ossia:

$$l_2 = l_1 - l_1 q_1 = l_1(1 - q_1)$$

— ...

— i sopravvivenenti all'età x (l_x) si ottengono sottraendo a l_{x-1} il prodotto tra l_{x-1} e la probabilità q_{x-1} che un individuo di età $x - 1$ ha di morire entro l' x -esimo compleanno; ossia:

$$l_x = l_{x-1} - l_{x-1} q_{x-1} = l_{x-1}(1 - q_{x-1})$$

— i sopravvivenenti all'età $x + 1$ (l_{x+1}) si ottengono sottraendo a l_x il prodotto tra l_x e la probabilità q_x che un individuo di età x ha di morire entro il compleanno $x + 1$; ossia:

$$l_{x+1} = l_x - l_x q_x = l_x(1 - q_x) \quad (3.1)$$

— ...

B) Decessi

Il numero di **decessi** d_x (d dall'inglese *dead* = morto) in età compresa tra x e $x + 1$ si ottiene dalla differenza tra il numero l_x di persone viventi di età x e il numero l_{x+1} di persone che sono ancora in vita all'età $x + 1$; ossia:

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

in cui, sostituendo a l_x e l_{x+1} i corrispondenti valori in funzione delle probabilità di morte, si ha:

$$\begin{aligned} d_x &= l_{x-1}(1 - q_{x-1}) - l_x(1 - q_x) \\ &= l_{x-1} - l_{x-1}q_{x-1} - l_x + l_xq_x \end{aligned}$$

e, poiché $l_x = l_{x-1} - l_{x-1}q_{x-1}$, attraverso un semplice passaggio si ha che:

$$d_x = l_xq_x$$

C) Probabilità di sopravvivenza

La **probabilità di sopravvivenza**, in generale, rappresenta il complemento all'unità della probabilità di morte.

La probabilità p_x che un individuo di età x sopravviva all'età $x + 1$ è spesso indicata con l'espressione **probabilità di sopravvivenza per un anno**, ed è pari al rapporto tra il numero di individui, tra gli l_x considerati, che sono ancora in vita all'età $x + 1$ e il numero di individui di età x , ossia:

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

Dalla (3.1) si ricava, appunto, che tale rapporto è pari a $1 - q_x$.

Sia l_{x+n} il numero di viventi all'età $x + n$, tra gli l_x considerati, la probabilità ${}_n p_x$ che un individuo di età x sopravviva n anni si ottiene applicando il *principio delle probabilità composte*, ed è data dal prodotto della probabilità che l'individuo ha di raggiungere l'età $x + 1$ per la probabilità che, avendo età $x + 1$, ha di raggiungere l'età $x + 2$..., per la probabilità che, in quanto di età $x + n - 1$, ha di raggiungere l'età $x + n$; in simboli:

$${}_n p_x = p_x \cdot p_{x+1} \cdot p_{x+2} \cdot \dots \cdot p_{x+n-1}$$

ossia:

$${}_n p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} \cdot \frac{l_{x+2}}{l_{x+1}} \cdot \frac{l_{x+3}}{l_{x+2}} \cdot \dots \cdot \frac{l_{x+n}}{l_{x+n-1}}$$

che, attraverso successive semplificazioni, è pari a:

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

Ovviamente, al crescere di n la probabilità di sopravvivenza ${}_n p_x$ decresce, fino all'età estrema ω , che è tale per cui ${}_{\omega-x} p_x = 0$

D) Anni vissuti

Gli **anni vissuti** L_x (L dall'inglese *life* = vita) tra il compleanno x e $x + 1$ dagli individui, l_x , che hanno raggiunto l'età x , assumono la seguente espressione analitica:

$$L_x = l_{x+1} + k_x d_x$$

in cui l_{x+1} sono i sopravvissuti all'età $x + 1$, mentre k_x indica la frazione di anno vissuta tra i due compleanni dai d_x individui deceduti in età x . Tale frazione si pone spesso pari ad $1/2$, ossia, si assume che ciascuno di essi abbia vissuto 6 mesi; in simboli:

$$L_x = l_{x+1} + \frac{1}{2}d_x$$

che, attraverso semplici passaggi, diviene:

$$L_x = \frac{l_{x+1} + l_x}{2}$$

ed è pari, quindi, alla media aritmetica tra l_x e l_{x+1} .

In realtà, assumere k_x pari a $1/2$ equivale a commettere un errore soprattutto per la mortalità infantile per la quale si dimostra che essa, generalmente, oscilla tra $0,01$ e $0,09$; infatti, la maggior parte dei decessi nel primo anno si addensa intorno alle prime settimane di vita.

Per calcolare in modo preciso k_x occorrerebbe conteggiare il numero di giorni vissuti in media e rapportarlo a 365 .

Tale funzione descrive una **popolazione stazionaria** per la quale le condizioni di natalità e di mortalità sono costanti, vale a dire che il numero dei nati N coincide con il numero dei morti M , per cui ogni anno si verifica l'uguaglianza:

$$N = M = l_0$$

ossia, la popolazione è caratterizzata da un tasso di incremento nullo.

Si può affermare che L_x rappresenta la struttura per età di una popolazione stazionaria **associata** ad una tavola di mortalità. Della consistenza numerica e della struttura per età di tale popolazione ci occuperemo diffusamente nel corso del capitolo nono.

E) Serie retrocumulata degli anni vissuti

La **serie retrocumulata** T_x (T dall'inglese *total* = totale) degli anni vissuti rappresenta il numero di anni che saranno vissuti dagli l_x sopravvissuti di età x , ed è data da:

$$T_x = L_x + L_{x+1} + L_{x+2} + \dots + L_{\omega-1} \quad (3.2)$$

F) Probabilità di morte

A questo punto, utilizzando analoga simbologia, si può esplicitare l'espressione analitica della probabilità di morte tra l'età x e l'età $x + 1$ in una tavola di mortalità:

$$q_x = 1 - p_x = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

ossia:

$$q_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = \frac{d_x}{l_x}$$

ed è pari, quindi, al rapporto tra i decessi in età x e i sopravvissuti all'età x .

La **probabilità di morte entro n anni** (indicata con ${}_nq_x$), ossia la probabilità che un individuo di età x muoia entro l'età $x + n$ è pari a:

$${}_nq_x = 1 - {}_np_x = 1 - \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

ossia:

$${}_nq_x = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x}$$

G) Speranza di vita

La durata residua della vita di un individuo di età x è una variabile casuale continua che può assumere valori da 0 a $\omega - x$. Per agevolare i calcoli, ciascuna frazione di anno è arrotondata a 1/2 anno, per cui la vita residua di un individuo di età x è espressa da una variabile casuale discreta che assume i valori seguenti con rispettive probabilità:

Eventi	$\frac{1}{2}$ anno	$\left(1 + \frac{1}{2}\right)$ anno	$\left(2 + \frac{1}{2}\right)$ anni	...	$\left(\omega - x - 1 + \frac{1}{2}\right)$ anni
Probabilità	q_x	${}_{1/1}q_x$	${}_{2/1}q_x$...	${}_{\omega-x-1/1}q_x$

Tabella 2

La **speranza di vita o vita media** e_x (e dall'inglese *expectation* = aspettativa) di un individuo è il valore medio di tale variabile casuale e rappresenta il **numero medio di anni** che gli restano da vivere; la sua espressione analitica è la seguente:

$$e_x = \frac{1}{2}q_x + \left(1 + \frac{1}{2}\right) {}_{1/1}q_x + \left(2 + \frac{1}{2}\right) {}_{2/1}q_x + \dots + \left(\omega - x - 1 + \frac{1}{2}\right) {}_{\omega-x-1}q_x$$

Sostituendo alle probabilità i corrispondenti valori in funzione del numero di sopravvivenuti si ha che:

$$e_x = \frac{1}{2} \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} + \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{l_{x+1} - l_{x+2}}{l_x} + \left(2 + \frac{1}{2}\right) \frac{l_{x+2} - l_{x+3}}{l_x} + \dots + \left(\omega - x - 1 + \frac{1}{2}\right) \frac{l_{\omega-1}}{l_x}$$

che, attraverso semplificazioni, è uguale a:

$$e_x = \frac{1}{2} + \frac{l_{x+1} + l_{x+2} + \dots + l_{\omega-1}}{l_x} \tag{3.3}$$

Essendo $L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2}$, la (3.3) può essere scritta in maniera equivalente:

$$e_x = \frac{\frac{1}{2}(l_x + l_{x+1}) + \frac{1}{2}(l_{x+1} + l_{x+2}) + \dots}{l_x}$$

ossia:

$$e_x = \frac{L_x + L_{x+1} + \dots + L_{\omega-1}}{l_x}$$

e, ricordando la (3.2), essa è pari a:

$$e_x = \frac{T_x}{l_x} \quad (3.4)$$

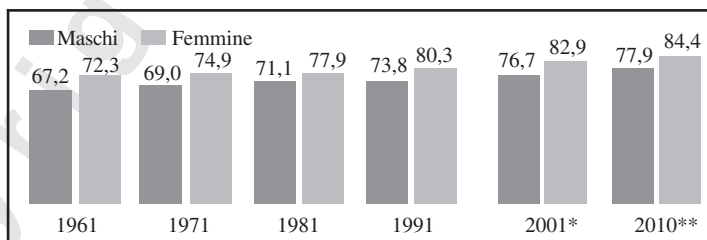
Se $x=0$, allora e_0 rappresenta la **speranza di vita alla nascita**, ossia il numero medio di anni che vivrà ogni individuo appartenente alla generazione ed è pari a:

$$e_0 = \frac{T_0}{l_0}$$

e, poiché, $T_0 = L_0$ si ha che:

$$e_0 = \frac{L_0}{l_0}$$

La figura seguente riporta i valori della speranza di vita alla nascita per il nostro paese relativamente a diversi anni:



*stime ** previsioni

Figura 5.3 - Fonte: ISTAT

H) Vita probabile

La **vita probabile** di un individuo di età x è il numero τ_x di anni tale che la probabilità che l'individuo sopravviva all'età $x + \tau_x$ sia pari a $\frac{1}{2}$; in simboli:

$${}_{\tau_x}p_x = \frac{l_{x+\tau_x}}{l_x} = \frac{1}{2}$$

per cui τ_x , che dipende strettamente da x , si deduce dalla relazione appena data.

La vita probabile bipartisce, quindi, la distribuzione di mortalità tra l'età x e l'età ω , ne costituisce, cioè, la mediana, e per questo è detta **età mediana alla morte**. Considerato un certo numero (l_x) di individui di età x , metà di essi morirà prima di compiere $x + \tau_x$ anni, l'altra metà morirà dopo aver compiuto $x + \tau_x$ anni.

Tavola di mortalità della popolazione italiana - Anno 1999 - Maschi - Italia

Età x	Sopravvivenenti l_x	Decessi d_x	Probabilità di morte (per mille) $1.000 q_x$	Anni vissuti L_x	Probabilità prospettive di sopravvivenza p_x	Speranza di vita e_x
0	100.000	568	5,68	99.466	0,9995	75,97
1	99.432	30	0,30	99.417	0,9997	75,4
2	99.403	25	0,26	99.390	0,9998	74,43
3	99.377	21	0,22	99.366	0,9998	73,44
4	99.356	18	0,18	99.347	0,9998	72,46
5	99.337	16	0,16	99.329	0,9999	71,47
6	99.321	14	0,14	99.314	0,9999	70,49
7	99.307	13	0,13	99.300	0,9999	69,5
8	99.294	13	0,13	99.287	0,9999	68,5
9	99.281	13	0,13	99.274	0,9999	67,51
10	99.268	14	0,14	99.261	0,9999	66,52
11	99.254	15	0,15	99.246	0,9998	65,53
12	99.238	18	0,18	99.229	0,9998	64,54
13	99.220	24	0,24	99.208	0,9997	63,55
14	99.196	31	0,32	99.181	0,9996	62,57
15	99.165	41	0,42	99.144	0,9995	61,59
16	99.124	53	0,54	99.097	0,9994	60,61
17	99.071	65	0,66	99.038	0,9993	59,65
18	99.006	76	0,77	98.967	0,9992	58,68
19	98.929	87	0,88	98.886	0,9991	57,73
20	98.842	94	0,95	98.795	0,9990	56,78
21	98.748	99	1,00	98.699	0,9990	55,83
22	98.650	102	1,03	98.599	0,9990	54,89
23	98.548	101	1,03	98.498	0,9990	53,94
24	98.447	98	0,99	98.398	0,9990	53
25	98.349	94	0,96	98.302	0,9991	52,05
26	98.255	92	0,93	98.209	0,9991	51,1
27	98.164	91	0,93	98.118	0,9991	50,15
28	98.072	93	0,95	98.026	0,9990	49,19
29	97.979	98	1,00	97.930	0,9990	48,24
30	97.881	101	1,03	97.831	0,9989	47,29
31	97.780	106	1,08	97.727	0,9989	46,34
32	97.674	110	1,13	97.619	0,9989	45,39
33	97.564	111	1,13	97.509	0,9989	44,44
34	97.454	111	1,14	97.398	0,9988	43,49
35	97.343	116	1,19	97.285	0,9988	42,54
36	97.227	119	1,23	97.167	0,9987	41,59
37	97.107	126	1,30	97.044	0,9987	40,64
38	96.981	132	1,36	96.915	0,9986	39,69
39	96.849	141	1,45	96.779	0,9985	38,74
40	96.708	149	1,54	96.634	0,9984	37,8
41	96.559	160	1,65	96.480	0,9983	36,86
42	96.400	171	1,78	96.314	0,9982	35,92
43	96.228	182	1,90	96.137	0,9980	34,98
44	96.046	196	2,05	95.948	0,9978	34,04
45	95.849	218	2,28	95.740	0,9976	33,11

Segue

Età x	Sopravvivenuti l_x	Decessi d_x	Probabilità di morte (per mille) $1.000 q_x$	Anni vissuti L_x	Probabilità prospettive di sopravvivenza p_x	Speranza di vita e_x
46	95.631	245	2,57	95.508	0,9973	32,19
47	95.386	274	2,87	95.249	0,9970	31,27
48	95.112	303	3,19	94.960	0,9967	30,36
49	94.808	326	3,44	94.645	0,9964	29,45
50	94.482	359	3,80	94.303	0,9961	28,55
51	94.123	377	4,01	93.935	0,9958	27,66
52	93.746	415	4,42	93.539	0,9953	26,77
53	93.331	469	5,02	93.097	0,9946	25,89
54	92.863	532	5,73	92.597	0,9940	25,01
55	92.330	585	6,34	92.038	0,9932	24,16
56	91.745	663	7,23	91.414	0,9924	23,31
57	91.082	719	7,90	90.723	0,9917	22,47
58	90.363	780	8,63	89.973	0,9910	21,65
59	89.583	844	9,43	89.161	0,9902	20,83
60	88.738	902	10,17	88.287	0,9894	20,03
61	87.836	967	11,01	87.352	0,9883	19,23
62	86.869	1072	12,34	86.333	0,9869	18,43
63	85.797	1190	13,87	85.201	0,9853	17,66
64	84.606	1307	15,45	83.953	0,9837	16,9
65	83.299	1432	17,19	82.583	0,9818	16,16
66	81.867	1567	19,14	81.084	0,9798	15,43
67	80.300	1714	21,34	79.443	0,9777	14,72
68	78.586	1838	23,39	77.667	0,9753	14,03
69	76.748	1992	25,95	75.752	0,9727	13,36
70	74.757	2150	28,75	73.682	0,9696	12,7
71	72.607	2324	32,01	71.445	0,9663	12,06
72	70.283	2493	35,48	69.036	0,9626	11,44
73	67.789	2671	39,40	66.454	0,9590	10,85
74	65.118	2779	42,67	63.729	0,9551	10,27
75	62.339	2944	47,23	60.867	0,9505	9,71
76	59.395	3083	51,91	57.854	0,9462	9,16
77	56.312	3148	55,91	54.738	0,9425	8,64
78	53.164	3149	59,23	51.589	0,9380	8,12
79	50.015	3247	64,92	48.391	0,9309	7,6
80	46.768	3443	73,61	45.046	0,9193	7,09
81	43.325	3831	88,42	41.410	0,9053	6,61
82	39.494	4016	101,68	37.486	0,8936	6,21
83	35.478	3963	111,71	33.497	0,8845	5,85
84	31.515	3778	119,87	29.626	0,8777	5,53
85	27.737	3468	125,04	26.003	0,8707	5,21
86	24.269	3255	134,10	22.642	0,8599	4,88
87	21.015	3090	147,05	19.469	0,8464	4,56
88	17.924	2891	161,26	16.479	0,8328	4,26
89	15.034	2621	174,37	13.723	0,8188	3,98
90	12.412	2353	189,58	11.236	0,8039	3,72
91	10.059	2053	204,06	9.033	0,7886	3,47
92	8.007	1767	220,66	7.123	0,7714	3,23

Età x	Sopravvivenuti l_x	Decessi d_x	Probabilità di morte (per mille) $1.000 q_x$	Anni vissuti L_x	Probabilità prospettive di sopravvivenza p_x	Speranza di vita e_x
93	6.240	1491	238,89	5.495	0,7527	3,01
94	4.749	1227	258,39	4.136	0,7325	2,8
95	3.522	985	279,73	3.029	0,7109	2,6
96	2.537	767	302,21	2.154	0,6880	2,41
97	1.770	577	325,97	1.482	0,6640	2,24
98	1.193	419	350,77	984	0,6391	2,08
99	775	292	376,54	629	0,6132	1,93
100	483	195	403,19	386	0,5866	1,79
101	288	124	430,63	226	0,5586	1,67
102	164	76	460,32	126	0,5291	1,55
103	89	43	490,46	67	0,4994	1,44
104	45	23	520,47	33	0,4699	1,34
105	22	12	550,09	16	0,4409	1,25
106	10	6	579,08	7	0,4126	1,18
107	4	2	607,20	3	0,3852	1,11
108	2	1	634,26	1	0,3588	1,05
109	1	0	660,07	0	0,3337	0,99
110	0	0	684,48	0	0,3092	0,94
111	0	0	710,94	0	0,2834	0,89
112	0	0	736,07	0	0,2590	0,84
113	0	0	759,80	0	0,2359	0,81
114	0	0	782,08	0	0,2142	0,77
115	0	0	802,91	0	0,1939	0,74
116	0	0	822,30	0	0,1750	0,71
117	0	0	840,28	0	0,1574	0,69
118	0	0	856,89	0	0,1412	0,66
119	0	0	872,19	0	0,1262	0,64

Tavola di mortalità della popolazione italiana - Anno 1999 - Femmine - Italia

Età x	Sopravvivenuti l_x	Decessi d_x	Probabilità di morte (per mille) $1.000 q_x$	Anni vissuti L_x	Probabilità prospettive di sopravvivenza p_x	Speranza di vita e_x
0	100.000	487	4,86668	99.542	0,99953	82,14
1	99.513	37	0,36707	99.495	0,99969	81,54
2	99.477	26	0,26174	99.464	0,99977	80,57
3	99.451	19	0,19187	99.441	0,99983	79,59
4	99.432	15	0,14847	99.424	0,99986	78,61
5	99.417	13	0,13314	99.410	0,99987	77,62
6	99.404	13	0,12592	99.397	0,99988	76,63
7	99.391	12	0,11611	99.385	0,99989	75,64
8	99.380	11	0,10599	99.374	0,9999	74,65
9	99.369	10	0,09647	99.364	0,9999	73,65
10	99.360	10	0,09784	99.355	0,9999	72,66
11	99.350	11	0,10903	99.344	0,99988	71,67
12	99.339	13	0,12666	99.333	0,99986	70,68
13	99.326	15	0,14981	99.319	0,99984	69,68
14	99.311	17	0,16834	99.303	0,99982	68,7
15	99.295	18	0,18524	99.286	0,9998	67,71
16	99.276	22	0,21682	99.266	0,99977	66,72
17	99.255	25	0,25188	99.242	0,99973	65,73
18	99.230	28	0,28302	99.216	0,99971	64,75
19	99.202	29	0,29166	99.187	0,99971	63,77
20	99.173	29	0,28835	99.159	0,99971	62,79
21	99.144	29	0,29035	99.130	0,99971	61,8
22	99.115	29	0,29352	99.101	0,9997	60,82
23	99.086	30	0,29997	99.072	0,9997	59,84
24	99.057	30	0,30099	99.042	0,9997	58,86
25	99.027	29	0,29036	99.012	0,99971	57,88
26	98.998	29	0,29549	98.983	0,99969	56,89
27	98.969	32	0,32026	98.953	0,99967	55,91
28	98.937	34	0,33922	98.920	0,99965	54,93
29	98.904	36	0,36456	98.886	0,99962	53,94
30	98.868	38	0,3893	98.848	0,9996	52,96
31	98.829	41	0,41148	98.809	0,99957	51,98
32	98.788	44	0,44593	98.766	0,99954	51,01
33	98.744	48	0,48317	98.720	0,99951	50,03
34	98.697	49	0,5011	98.672	0,99948	49,05
35	98.647	53	0,53486	98.621	0,99944	48,08
36	98.594	57	0,58029	98.566	0,9994	47,1
37	98.537	61	0,62369	98.506	0,99935	46,13
38	98.476	66	0,67414	98.443	0,9993	45,16
39	98.409	72	0,73229	98.373	0,99923	44,19
40	98.337	79	0,80062	98.298	0,99916	43,22
41	98.259	86	0,87636	98.215	0,99907	42,25
42	98.172	96	0,97415	98.125	0,99899	41,29
43	98.077	103	1,0539	98.025	0,9989	40,33
44	97.973	113	1,14991	97.917	0,99878	39,37
45	97.861	125	1,28072	97.798	0,99864	38,42

Segue

Età x	Sopravvivenuti l_x	Decessi d_x	Probabilità di morte (per mille) $1.000 q_x$	Anni vissuti L_x	Probabilità prospettive di sopravvivenza p_x	Speranza di vita e_x
46	97.735	140	1,43597	97.665	0,99848	37,47
47	97.595	157	1,60691	97.517	0,9983	36,52
48	97.438	175	1,79736	97.351	0,99814	35,58
49	97.263	188	1,92961	97.169	0,99798	34,64
50	97.075	205	2,10756	96.973	0,99784	33,71
51	96.871	214	2,20471	96.764	0,99774	32,78
52	96.657	223	2,30686	96.546	0,99759	31,85
53	96.434	242	2,51141	96.313	0,99733	30,92
54	96.192	272	2,82668	96.056	0,99704	30
55	95.920	296	3,09058	95.772	0,99672	29,08
56	95.624	331	3,46293	95.458	0,99642	28,17
57	95.293	352	3,69612	95.117	0,99619	27,27
58	94.940	372	3,91709	94.754	0,99588	26,36
59	94.569	409	4,32749	94.364	0,99551	25,47
60	94.159	439	4,66169	93.940	0,99513	24,57
61	93.720	476	5,08341	93.482	0,99467	23,69
62	93.244	520	5,57968	92.984	0,99411	22,81
63	92.724	575	6,20426	92.436	0,99344	21,93
64	92.148	638	6,92505	91.829	0,99264	21,06
65	91.510	713	7,79377	91.154	0,99173	20,21
66	90.797	794	8,74765	90.400	0,99075	19,36
67	90.003	878	9,75128	89.564	0,98977	18,53
68	89.125	954	10,70681	88.648	0,98869	17,71
69	88.171	1052	11,92668	87.645	0,9874	16,89
70	87.119	1158	13,28777	86.540	0,98594	16,09
71	85.962	1276	14,84562	85.324	0,9842	15,3
72	84.686	1421	16,77394	83.975	0,9822	14,52
73	83.265	1569	18,84324	82.481	0,97995	13,76
74	81.696	1738	21,27962	80.827	0,97721	13,02
75	79.958	1946	24,34291	78.984	0,97387	12,29
76	78.011	2182	27,96634	76.920	0,97054	11,58
77	75.829	2350	30,98828	74.655	0,96761	10,9
78	73.480	2486	33,83257	72.237	0,96436	10,24
79	70.994	2663	37,50992	69.662	0,95948	9,58
80	68.331	2983	43,65761	66.839	0,95129	8,93
81	65.348	3528	53,99412	63.583	0,94072	8,32
82	61.819	4010	64,86396	59.814	0,93108	7,76
83	57.809	4235	73,26071	55.692	0,92318	7,27
84	53.574	4321	80,65998	51.414	0,91654	6,8
85	49.253	4261	86,51424	47.122	0,90954	6,35
86	44.992	4264	94,78334	42.860	0,8998	5,91
87	40.727	4325	106,18932	38.565	0,88735	5,47
88	36.403	4364	119,87388	34.221	0,87357	5,06
89	32.039	4289	133,88428	29.894	0,85865	4,69
90	27.749	4161	149,96625	25.669	0,84299	4,33
91	23.588	3899	165,29430	21.638	0,82692	4,01
92	19.689	3592	182,41644	17.893	0,80921	3,7

Età x	Sopravvivenuti l_x	Decessi d_x	Probabilità di morte (per mille) $1.000 q_x$	Anni vissuti L_x	Probabilità prospettive di sopravvivenza p_x	Speranza di vita e_x
93	16.097	3236	201,02629	14.479	0,78979	3,42
94	12.861	2851	221,71063	11.436	0,7686	3,15
95	10.010	2441	243,85609	8.789	0,74583	2,91
96	7.569	2027	267,80369	6.555	0,72206	2,68
97	5.542	1617	291,77759	4.733	0,69785	2,48
98	3.925	1243	316,79832	3.303	0,67268	2,29
99	2.682	919	342,72111	2.222	0,64671	2,13
100	1.762	651	369,37243	1.437	0,62011	1,97
101	1.111	441	396,55746	891	0,59364	1,84
102	671	283	422,61601	529	0,56765	1,71
103	387	174	449,21442	300	0,54119	1,6
104	213	102	476,22752	163	0,51439	1,5
105	112	56	503,53224	84	0,48735	1,4
106	55	29	531,00471	41	0,46021	1,31
107	26	15	558,51737	19	0,43308	1,23
108	11	7	585,94964	8	0,40608	1,16
109	5	3	613,18209	3	0,37931	1,09
110	2	1	640,10627	1	0,35375	1,03
111	1	0	663,30279	0	0,33104	0,99
112	0	0	685,77271	0	0,30904	0,94
113	0	0	707,44966	0	0,28784	0,9
114	0	0	728,27865	0	0,26746	0,86
115	0	0	748,22011	0	0,24795	0,83
116	0	0	767,24502	0	0,22934	0,8
117	0	0	785,33608	0	0,21163	0,77
118	0	0	802,48967	0	0,19484	0,74
119	0	0	818,71012	0	0,17894	0,72

4. RELAZIONE TRA PROBABILITÀ DI MORTE E TASSO SPECIFICO DI MORTALITÀ

È utile conoscere, e ne vedremo uno dei motivi nel paragrafo seguente, la relazione tra tasso di mortalità m_x e probabilità di morte q_x .

I tassi specifici di mortalità per età sono espressi dalla seguente relazione:

$$m_x = \frac{d_x}{L_x}$$

e, siccome $d_x = l_x - l_{x+1}$, mentre $L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2}$, m_x assume la seguente espressione:

$$m_x = 2 \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x + l_{x+1}}$$

dividendo numeratore e denominatore del rapporto per l_x si ha:

$$m_x = 2 \frac{\frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}}{\frac{l_x + l_{x+1}}{l_x}} \quad (4.1)$$

Il numeratore del rapporto rappresenta la probabilità di morte q_x , mentre il denominatore può essere scritto in questo modo:

$$\frac{l_x + l_{x+1}}{l_x} = 1 + \frac{l_{x+1}}{l_x} = 1 + 1 - q_x = 2 - q_x$$

per cui, la (4.1) diviene:

$$m_x = \frac{2q_x}{2 - q_x}$$

Esprimendo la relazione in funzione di q_x si ha:

$$q_x = \frac{2m_x}{2 + m_x} \quad (4.2)$$

Pertanto, noto il tasso di mortalità m_x è possibile calcolare, in maniera approssimata, la probabilità di morte q_x .

5. LA TAVOLA DI MORTALITÀ ABBREVIATA

Le **tavole di mortalità abbreviate** (o **ridotte**, secondo la dizione usata dall'ISTAT) sono costruite, per economia di costi, per insufficienza di dati sulla mortalità, anziché per singoli intervalli annuali d'età, per classi pluriannuali d'età (di solito si tratta di classi quinquennali).

Talvolta, si preferisce operare una suddivisione della prima classe in due, in modo che la prima sottoclasse creata — che va dalla nascita all'anno d'età — tenga conto della mortalità infantile (*cfr.* paragrafo seguente), che diverso peso assume nell'ambito del fenomeno generale della mortalità.

Sostanzialmente, le modalità di costruzione di siffatte tavole sono analoghe a quelle viste per le tavole di mortalità per intervalli annuali d'età, tuttavia, occorre fare delle precisazioni in merito alle espressioni analitiche delle funzioni biometriche che in esse compaiono.

In primo luogo, le probabilità di morte non sono calcolabili nel modo esposto, ma devono essere stimate ricorrendo alla relazione che le lega ai tassi specifici di mortalità per età. Pertanto, sia α l'ampiezza comune di ciascuna classe d'età, la (4.2), adattata ad intervalli pluriennali, diviene:

$${}_xq_x = \frac{2 \cdot \alpha \cdot m_x}{2 + \alpha \cdot m_x}$$

in cui:

- ${}_xq_x$ è la probabilità di morte tra i compleanni x e $x + \alpha$;
- ${}_x m_x$ è il tasso specifico di mortalità tra le età x e $x + \alpha$.

Note le probabilità di morte ${}_xq_x$ le funzioni $l_{x+\alpha}$, ${}_x d_x$ e ${}_x L_x$ si ottengono nel modo seguente:

- $l_{x+\alpha} = l_x (1 - {}_xq_x)$;
- ${}_x d_x = l_x - l_{x+\alpha}$;
- ${}_x L_x = \alpha \frac{l_x + l_{x+\alpha}}{2}$

Le altre funzioni biometriche si calcolano usando le espressioni analitiche viste.

Tavola di mortalità della popolazione italiana - Anno1999 - Maschi - Italia

Classi di età $x, x+\alpha$	Sopravvivenenti l_x	Decessi d_x	Probabilità di morte (per mille) $1.000 q_x$	Anni vissuti L_x	Probabilità prospettive di sopravvivenza p_x	Speranza di vita e_x
0-4	100.000	663	6,63	496.986	0,9990	75,97
5-9	99.337	70	0,70	496.506	0,9992	71,47
10-14	99.268	103	1,03	496.125	0,9980	66,52
15-19	99.165	323	3,25	495.133	0,9957	61,59
20-24	98.842	493	4,99	492.990	0,9951	56,78
25-29	98.349	468	4,76	490.586	0,9949	52,05
30-34	97.881	539	5,50	488.085	0,9941	47,29
35-39	97.343	634	6,51	485.190	0,9924	42,54
40-44	96.708	859	8,88	481.512	0,9888	37,8
45-49	95.849	1.368	14,27	476.102	0,9819	33,11
50-54	94.482	2.151	22,77	467.469	0,9697	28,55
55-59	92.330	3.592	38,91	453.308	0,9511	24,16
60-64	88.738	5.439	61,30	431.127	0,9198	20,03
65-69	83.299	8.542	102,55	396.530	0,8684	16,16
70-74	74.757	12.417	166,10	344.345	0,7941	12,7
75-79	62.339	15.572	249,79	273.439	0,6841	9,71
80-84	46.768	19.030	406,91	187.065	0,5256	7,09
85-89	27.737	15.325	552,50	98.317	0,3766	5,21
90-94	12.412	8.890	716,25	37.022	0,2236	3,72
95-99	3.522	3.039	862,88	8.277	0,1013	2,6
100-104	483	461	955,19	838	0,0322	1,79
105-109	22	21	990,75	27	0,0070	1,25
110-114	0	-	998,74	-	0,0010	0,94
115-119	0	-	999,90	-	0,0001	0,74

Tavola di mortalità della popolazione italiana - Anno1999 - Femmine - Italia

Classi di età $x, x+\alpha$	Sopravvivenuti l_x	Decessi d_x	Probabilità di morte (per mille) $1.000 q_x$	Anni vissuti L_x	Probabilità prospettive di sopravvivenza p_x	Speranza di vita e_x
0-4	100.000	583	5,83077	497.366	0,99913	82,14
5-9	99.417	57	0,57749	496.932	0,99944	77,62
10-14	99.360	65	0,65152	496.654	0,99908	72,66
15-19	99.295	122	1,22802	496.197	0,9986	67,71
20-24	99.173	146	1,47231	495.503	0,99849	62,79
25-29	99.027	159	1,60886	494.755	0,9981	57,88
30-34	98.868	220	2,229	493.816	0,99735	52,96
35-39	98.647	310	3,14133	492.509	0,99608	48,08
40-44	98.337	476	4,84556	490.580	0,99372	43,22
45-49	97.861	785	8,02482	487.500	0,99006	38,42
50-54	97.075	1.155	11,90032	482.652	0,98511	33,71
55-59	95.920	1.761	18,35833	475.465	0,9773	29,08
60-64	94.159	2.649	28,13365	464.671	0,96285	24,57
65-69	91.510	4.391	47,98309	447.411	0,93683	20,21
70-74	87.119	7.162	82,20599	419.147	0,88861	16,09
75-79	79.958	11.627	145,41316	372.458	0,79832	12,29
80-84	68.331	19.078	279,19834	297.342	0,64795	8,93
85-89	49.253	21.504	436,595	192.662	0,47293	6,35
90-94	27.749	17.739	639,27579	91.115	0,281	4,33
95-99	10.010	8.247	823,92396	25.603	0,12966	2,91
100-104	1.762	1.651	936,6132	3.320	0,04654	1,97
105-109	112	110	983,53609	154	0,01228	1,4
110-114	2	2	996,97321	2	0,00242	1,03
115-119	0	0	999,54955	0	0,00038	0,83

6. ANALISI DELLA MORTALITÀ INFANTILE

Nell'analisi della mortalità un cenno a parte merita la mortalità nel primo anno di vita denominata **mortalità infantile**.

Il fenomeno della mortalità infantile è considerevolmente regredito nei paesi evoluti, tuttavia, quale indicatore delle condizioni di vita di un paese, esso costituisce tuttora, un aspetto fondamentale dell'analisi demografica.

Il **tasso di mortalità infantile** m_0 si ottiene rapportando i decessi in età 0 in un dato anno $M_{0,t}$ ai nati vivi nello stesso anno N_t , ed esprimendo tale rapporto in millesimi:

$$m_0 = \frac{M_{0,t}}{N_t} \cdot 1.000$$

In linea di principio la modalità di calcolo di tale tasso è contestabile in quanto al numeratore figurano decessi che non derivano precisamente dai nati al denominatore, infatti si tratta di un rapporto tra numero di morti di bambini nati in due anni successivi e nati vivi di un solo anno. Tuttavia, i morti al numeratore sono costituiti in misura percentuale elevata da nati nell'anno considerato e ciò evita una contraddizione in quanto notevole incidenza hanno i decessi nei primi giorni o settimane di vita.

Tra i vari metodi che consentono di migliorare la precisione del tasso bisogna annoverarne uno che non richiede dati su data di nascita, età e anno di morte del neonato, e che fa intervenire al denominatore le nascite di due anni consecutivi con coefficienti di ponderazione i cui valori dipendono dall'entità del fenomeno mortalità. Siano M_0 i decessi entro il primo compleanno in un dato anno, N_0 e N_{-1} i nati vivi, rispettivamente, nell'anno considerato e nell'anno precedente, il tasso di mortalità assume la seguente espressione analitica:

$$\bar{m}_0 = \frac{M_0}{(1-\alpha)N_{-1} + \alpha N_0} \cdot 1.000$$

in cui il coefficiente α assume valori crescenti al crescere dei livelli di vita del paese con conseguente riduzione del livello della mortalità infantile.

Si utilizza, invece, **tasso di mortalità perinatale** m_p quando la mortalità riguarda le prime epoche della nascita. Trattasi di un rapporto di derivazione in cui al numeratore figura la somma dei nati morti in quell'anno $(NM)_t$ e dei morti nella prima settimana ($M_{\text{prima settimana}, t}$) mentre al denominatore i nati dell'anno, ossia la somma dei nati vivi $(NV)_t$ e dei nati morti $(NM)_t$:

$$m_p = \frac{(NM)_t + M_{\text{prima settimana}, t}}{(NV)_t + (NM)_t}$$

Come già anticipato, la misura fornita da tale indicatore ha particolare importanza in paesi sviluppati in cui il fenomeno della mortalità infantile assume peso solo nelle prime settimane di vita.

Gli istituti di statistica provvedono a calcolare anche un altro tasso: il **tasso di natimortalità**. Si tratta del rapporto, espresso in millesimi, tra il numero di nati morti e il numero totale di nati.

La mortalità nelle prime settimane di vita è dovuta soprattutto a cause strutturali denominate **endogene** (prime tra tutte malformazioni e traumatismi), mentre in epoca successiva prevalgono cause cosiddette **esogene** (malattie infettive connesse all'ambiente).

La tabella seguente riporta i morti nel primo anno di vita per classi di età e i tassi di natimortalità, mortalità perinatale e di mortalità infantile in alcuni anni:

ANNI	Morti nel primo anno di vita per classe di età							Tassi		
	Meno di 1 mese			Da 7 a 29 g.	Totale meno di 1 mese	Da 1 a 11 mesi	Totale meno di 1 anno	Nati mortalità	Mortalità perinatale	Mortalità infantile
	Meno di 1 g.	Da 1 a 6 g.	Totale meno di 1 settimana							
1994	1.031	947	1.978	604	2.582	854	3.436	4,3	8,1	6,5
1995	871	883	1.754	635	2.389	793	3.182	4,1	7,5	6,1
1996	877	904	1.781	601	2.382	773	3.155	4,1	7,5	6,0
1997	829	808	1.637	593	2.230	698	2.928	4,0	7,1	5,6

Tabella 3 - Fonte: Annuario Statistico Italiano 2002 (ISTAT)

Dalla tabella si evince la notevole incidenza delle morti nel primo giorno o settimana di vita sulle morti entro il primo anno di vita, e, inoltre, per fortuna, una riduzione dei tassi di natimortalità, mortalità perinatale e mortalità infantile con gli anni.